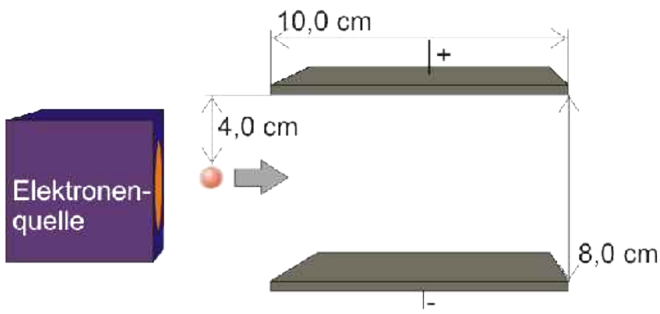
4. Klausur Physik-Leistungskurs Lasse 11
19. 3. 2008
Dauer: 90 min

1. Der Zusammenhang zwischen der Kapazität eines Plattenkondensators und dem Plattenabstand wird untersucht. Zu diesem Zweck wird eine Spannung von 320 V an die Kondensatorplatten angelegt und jeweils die Ladung des Kondensators bestimmt. Zwischen den Platten befindet sich Luft, das Feld zwischen ihnen ist homogen.
Es ergaben sich folgende Messwerte:

Plattenabstand in cm	3,00	3,50	4,00	5,00	6,00	7,00
Ladung in nC	2,97	2,55	2,23	1,78	1,48	1,27

a) Berechnen Sie aus den Messwerten jeweils die Kapazität. (3)
b) Welche Abhängigkeit der Kapazität vom Plattenabstand legen die Tabellenwerte nahe? Überprüfen Sie Ihre Vermutung. (2)
c) Der Plattenkondensator hat kreisförmige Platten mit dem Radius 10,0 cm. Berechnen sie aus den Messwerten einen Mittelwert für die elektrische Feldkonstante ε_0. (4)

2.
Aus einer Elektronenquelle treten die Elektronen mit einer Geschwindigkeit v_0 senkrecht in das homogene elektrische Feld eines Plattenkondensators der Breite 8,0 cm und der Länge 10,0 cm ein.
An den Plattenkondensator wird eine Spannung von 12 kV angelegt.
a) Leiten Sie eine allgemeine Gleichung für die Elektronenbahn im Feld her. $y=f(U, e, m, d, v_0, x)$ (8)
b) Bei welcher Eintrittsgeschwindigkeit erreichen die Elektronen genau den hinteren Rand der Platte. (2)
c) Wie fliegen sie, wenn die Eintrittsgeschwindigkeit größer ist als der berechnete Wert? (1)



3. In einem Millikankondensator mit einem Plattenabstand 5,0 mm wird ein schwebendes Öltröpfchen mit dem Radius $9,0 \cdot 10^{-4}$ mm beobachtet. Die Dichte des Öls beträgt 0,9 g/cm³.
Berechnen Sie die am Kondensator anliegende Spannung für den Fall, dass die Ladung des Öltröpfchens 5 e beträgt. (5)

4. In Schaltung 1 sind zwei Widerstände R_1 und R_2 in Reihe geschaltet, in Schaltung 2 sind die beiden Widerstände parallel angeordnet. Die Gesamtwiderstände in den beiden Schaltungen verhalten sich wie 4 :1.
In welchem Verhältnis stehen R_1 und R_2?
Begründen Sie Ihre Aussage. (6)

Lösungen:
1.
a) Aus der Gleichung für die Kapazität eines Kondensators kann für jeden Messwert die Kapazität berechnet werden. Für den ersten Wert sieht das so aus:

$$C = \frac{Q}{U}$$

$$C = \frac{2{,}97 \cdot 10^{-9}\,C}{320V}$$

$$C = 9{,}28 \cdot 10^{-12}\,F$$

$$C = 9{,}28\,pF$$

Plattenabstand in cm	3,00	3,50	4,00	5,00	6,00	7,00
Ladung in nC	2,97	2,55	2,23	1,78	1,48	1,27
Kapazität in pF	9,28	7,97	6,97	5,56	4,63	3,97

b) Wie zu erkennen ist, nimmt die Kapazität mit wachsendem Plattenabstand ab. Zur Bestimmung des genauen Zusammenhanges kann ein Diagramm gezeichnet werden. Man kann aber auch erst mal schauen, ob sich der Zusammenhang nicht so erkennen lässt. Der Plattenabstand wird z.B. von 3,50 cm auf 7,00 cm vergrößert. Dabei sinkt die Kapazität von etwa 8 pF auf etwa 4 pF. Der Abstand wird verdoppelt und die Kapazität halbiert sich dadurch. Das sieht nach einer indirekten Proportionalität aus.
Das kann man leicht prüfen, in dem man die Produkte der beiden Größen für alle Messungen berechnet.

Plattenabstand in cm	3,00	3,50	4,00	5,00	6,00	7,00
Kapazität in pF	9,28	7,97	6,97	5,56	4,63	3,97
$d \cdot C$ in $pF \cdot C$	27,8	27,9	27,9	27,8	27,8	27,8

Das Produkt ist für alle Messungen annähernd gleich, also liegt zwischen dem Plattenabstand und der Kapazität eine indirekte Proportionalität vor.
c) Für die Kapazität des Kondensators gilt die Gleichung:

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

ε_r ist für Luft 1 und braucht nicht weiter betrachtet zu werden. Man erhält also für die gesuchte Größe:

$$\varepsilon_0 = \frac{C \cdot d}{A}$$

Das Produkt $C \cdot d$ wurde schon in der letzten Aufgabe berechnet und liefert als Mittelwert

$$27{,}83\,pF \cdot cm = 27{,}83 \cdot 10^{-14}\,F \cdot m$$

Der Flächeninhalt der Kondensatorplatte kann mit

$$A = \pi \cdot r^2$$

berechnet werden.
Damit wird nun

$$\varepsilon_0 = \frac{27{,}83 \cdot 10^{-14}\,F \cdot m}{\pi \cdot 0{,}100^2\,m^2}$$

$$\varepsilon_0 = 8{,}86 \cdot 10^{-12}\,\frac{F}{m}$$

2.

geg.:	$U = 12\,kV$ $b = 8{,}0\,cm$ $l = 10{,}0\,cm$	ges.:	b) v_0

a) Bewegt sich das Elektron außerhalb des elektrischen Feldes, führt es nur eine gleichförmige, geradlinge Bewegung in x-Richtung aus. Es wirkt keine Kraft.
Damit wäre die Bewegungsgleichung:

$$x = v_0 \cdot t$$

v_0 ist die Anfangsgeschwindigkeit.
Wenn das Elektron in das elektrische Feld eintritt, spürt es eine Kraft nach oben. Zusätzlich zu der gleichförmigen Bewegung führt es nun noch eine beschleunigte Bewegung nach oben aus. Die Bewegung in x- und in y-Richtung überlagern sich und ergeben eine resultierende Bewegung.
Die gesuchte Gleichung muss den Zusammenhang zwischen x und y darstellen. Dabei dürfen außer x und y nur gegebene Größen auftauchen.

Für die y-Richtung gilt die Gleichung der gleichmäßig beschleunigten Bewegung, da im homogenen elektrischen Feld die Kraft auf das Elektron konstant ist:

$$y = \frac{a}{2} \cdot t^2$$

Zur Vereinigung der beiden Gleichungen stellt man eine nach der Zeit um und setzt sie in die andere ein:

$$t = \frac{x}{v_0}$$

$$y = \frac{a}{2} \cdot \frac{x^2}{v_0^2}$$

Prima. Damit hätten wir die Bewegungsgleichung fast fertig. Man kann den y-Punkt bei gegeben x-Punkt berechnen und damit die Bahnkurve zeichnen.
Nur die Beschleunigung ist noch unbekannt und muss mit den gegeben Größen ausgedrückt werden. Es gilt das Newtonsche Grundgesetz:

$$F = m \cdot a$$

$$a = \frac{F}{m}$$

Die Masse ist die Elektronenmasse und bekannt. Die Kraft leitet sich aus der Definition der Feldstärke ab:

$$E = \frac{F}{Q}$$

$$F = E \cdot Q$$

$$F = \frac{U}{d} \cdot e$$

Das wird eingesetzt:

$$a = \frac{U \cdot e}{m \cdot d}$$

und liefert endlich die Bahnkurve:

$$y = \frac{U \cdot e}{2 \cdot m \cdot d \cdot v_0^2} \cdot x^2$$

Dies ist die Gleichung für eine Parabel. Die Größen im Bruch sind alle gegeben, es gilt $y \sim x^2$.

	b) Die eben erstellte Gleichung muss nach der Anfangsgeschwindigkeit v_0 umgestellt werden: $y = \frac{U \cdot e}{2 \cdot m \cdot d \cdot v_0^2} \cdot x^2$ $v_0^2 = \frac{U \cdot e}{2 \cdot m \cdot d \cdot y} \cdot x^2$ $v_0 = \sqrt{\frac{U \cdot e}{2 \cdot m \cdot d \cdot y} \cdot x^2}$ Für den Weg in x-Richtung setzt man die Länge der Platte ein und den Weg in y-Richtung den halben Plattenabstand. Und nun die Rechnung: $v_0 = \sqrt{\frac{12 \cdot 10^3\,V \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,C}{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31}\,kg \cdot 0{,}08\,m \cdot 0{,}04\,m} \cdot 0{,}1^2\,m^2}$ $v_0 = 5{,}7 \cdot 10^7\,\frac{m}{s}$ Bei dieser Geschwindigkeit treffen die Elektronen genau auf die Kante. **c)** Kommen sie schneller, fliegen sie über die Kondensatorplatten hinweg. Durch die größere Geschwindigkeit ist weniger Zeit, sie zu der Platte hin zu lenken. Stellt man die Bahnkurve nach x um, ist $x \sim v^2$. Eine größere Geschwindigkeit bedeutet bei gleichem y, also Plattenabstand, ein größeres x.

3.

geg.:	$d = 5{,}0\,mm$ $r = 9{,}0 \cdot 10^{-4}\ mm$ $\rho = 0{,}90 \frac{g}{cm^3}$ $Q = 5 \cdot e$	ges.:	U
Lösung:	Da das Öltröpfchen zwischen den Kondensatorplatten schwebt, befindet es sich im kräftefreien Zustand, das heißt, die Summe aller Kräfte auf das Tröpfchen ist Null. Auf das Öltröpchen wirken zwei Kräfte, die vom Betrag her gleich groß sind: die Gewichtskraft und die Kraft des elektrischen Feldes.		
	$F_G = F_{el}$ $m \cdot g = E \cdot Q$ $m \cdot g = \frac{U \cdot Q}{d}$ $\rho \cdot V \cdot g = \frac{U \cdot Q}{d}$ $\rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g = \frac{U \cdot Q}{d}$ $U = \frac{\rho \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot d \cdot g}{3 \cdot Q}$ $U = \frac{0{,}9 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 4 \cdot \pi \cdot \left(9{,}0 \cdot 10^{-7} m\right)^3 \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-3} m \cdot 9{,}81 m \cdot s^{-2}}{3 \cdot 5 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} C}$ $U = 168{,}3\,V$	Es gilt: $E = \frac{U}{d}$ $m = \rho \cdot V$ $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$	
Antwort:	Die Spannung beträgt 168,3 V.		

4.

geg.:	$\frac{R_R}{R_P} = \frac{4}{1}$	ges.:	$\frac{R_1}{R_2}$
Lösung:	Reihenschaltung: $R_R = R_1 + R_2$ Parallelschaltung: $\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ $R_P = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ Diese beiden Gleichungen setzt man in das gegebene Verhältnis ein. $\frac{R_1 + R_2}{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}} = 4$ $\frac{(R_1 + R_2) \cdot (R_1 + R_2)}{R_1 \cdot R_2} = 4$ $\frac{R_1^2 + 2 \cdot R_1 \cdot R_2 + R_2^2}{R_1 \cdot R_2} = 4$ $R_1^2 + 2 \cdot R_1 \cdot R_2 + R_2^2 = 4 \cdot R_1 \cdot R_2$ $R_1^2 - 2 \cdot R_1 \cdot R_2 + R_2^2 = 0$ $(R_1 - R_2) = 0$ Diese Gleichung ist nur erfüllt, wenn die beiden Widerstände gleich groß sind.		
Antwort:	Die beiden Widerstände sind gleich groß.		