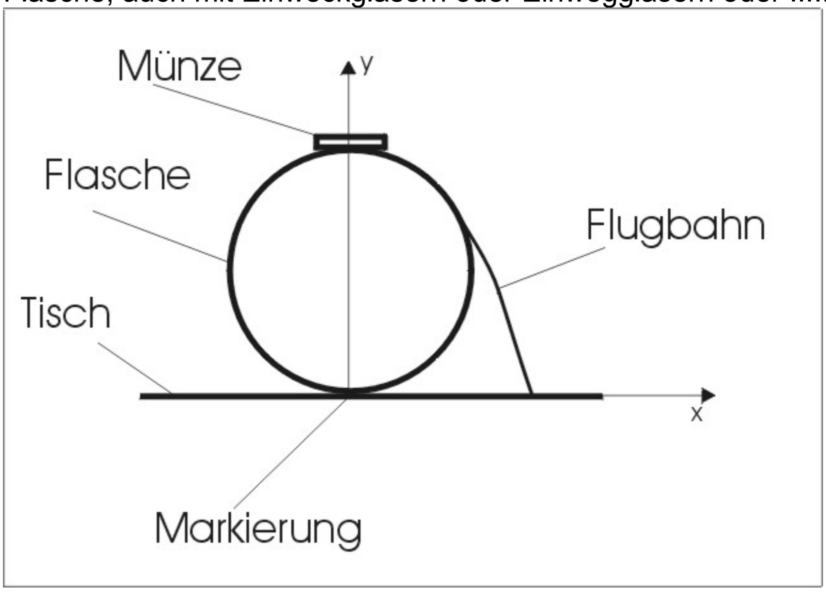
Aufgaben zur Radialkraft

1. Eine Skifahrerin (m=70kg mit Skiausrüstung) fährt mit 20 km/h durch eine Mulde und über eine Welle (Radius jeweils 20m). Welche Kraft spürt die Skifahrerin am Boden der Mulde und am höchsten Punkt der Welle?

2. Ein Käfer (m=1g) rotiert windgeschützt auf der Flügelspitze (r=15m) einer Windkraftanlage, die für eine Umdrehung 2 s braucht. Mit welcher Kraft muss sich der Käfer mit seinen kleinen Käferbeinen an dem Flügel festhalten, damit er darauf sitzen bleibt?

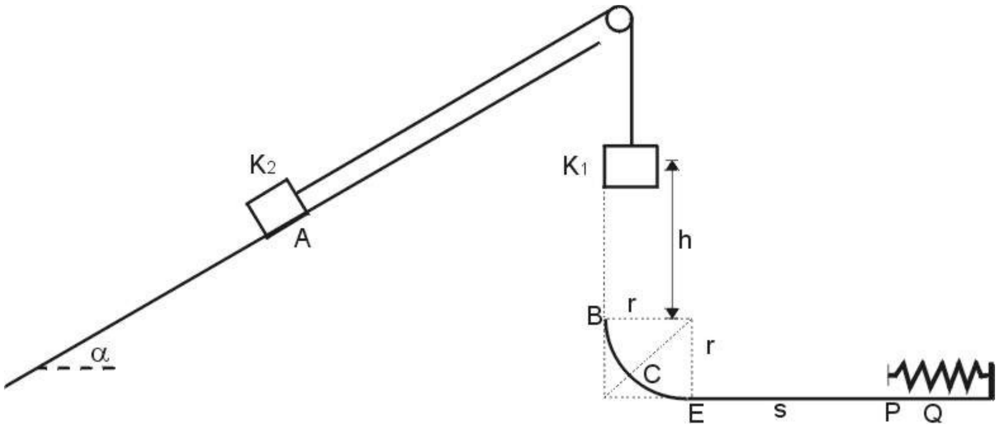
3. Student Kuno sitzt traurig vor der leeren Weinflasche, die vor ihm auf dem Tisch liegt. Alle anderen haben sich verzogen und bis zur T-Phy Vorlesung sind noch drei Stunden Zeit, ins Bett gehen lohnt daher nicht mehr. Vom Preisskat ist noch ein letzter unteilbarer €-Cent übrig, den Kuno missmutig auf die Flasche wirft.
Plötzlich bleibt der Pfennig auf der gewölbten Seite der Flasche liegen. Er muss ihn nur ein klein bisschen anstubsen, da gleitet er den Flaschenkörper hinab.
Als Kuno den Versuch wiederholt, beobachtet er, dass der Cent schon vor der senkrechten Tangente von der Flasche abhebt. Die Wurfweite kann man ermitteln, indem man eine geeignete Stelle eines unaufgeräumten Partytisches nutzt, zur Not geht auch ein wenig Kaugummi am Münzenrand (überqualifizierte nutzen die Blaupapiermethode).
Nach 10 Minuten Messung und zwei Stunden Rechnen stellt Kuno eine überraschende Übereinstimmung zwischen Theorie und Praxis fest, als Messgerät braucht man wirklich nur ein Lineal. Man darf sogar die verflixte Reibung vernachlässigen um im Rahmen der Messgenauigkeit eine Übereinstimmung festzustellen!
Wo hebt der Cent ab? Welchen Abflugwinkel und welche Geschwindigkeit hat er dabei?
Wo schlägt er auf?
Hängt das Messergebnis theoretisch von der Masse der Münze ab? -und praktisch?
(Hinweis: Ein Strich auf dem Tisch markiert Null und die Flaschenmitte, es geht mit jeder größeren Flasche, auch mit Einweckgläsern oder Einweggläsern oder ......)



4. Der Körper K_1 (m_1 = 7,0 kg), der sich in der Höhe h = 7,5 m über B befindet, ist durch ein Seil mit dem Körper K_2 (m_2 = 2,0 kg) verbunden. Die Körper setzen sich zur Zeit t = 0 aus der Ruhe heraus in Bewegung.
K_2 gleitet reibungsfrei auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel a = 30°.

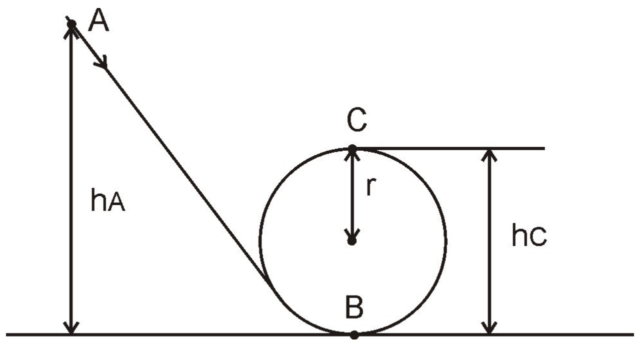
a) Wann und mit welcher Geschwindigkeit v_1 erreicht K_1 den Punkt B? Mit welcher Kraft wird K_2 auf der schiefen Ebene nach oben gezogen?

b) In B wird K_1 abgetrennt. Nachdem der Körper K_2 zur Ruhe gekommen ist, gleitet er wieder zurück.
Wann und mit welcher Geschwindigkeit erreicht K_2 wieder die Ausgangslage A?



c) Der Körper K_1 gleitet von B ab reibungsfrei in einer kreisförmigen Rinne BE mit dem Radius r = 4,8 m.
Welche Kraft übt K_1 in C auf die Rinne aus?
d) Auf der horizontalen Strecke EQ gleitet K_1 mit der Gleitreibungszahl f = 0,20.
Berechnen Sie s = EP, wenn die Feder mit der Federkonstante D = $5{,}00 \cdot 10^3$ Nm^{-1} von K_1 um PQ = 0,40 m zusammengedrückt wird.

5.
Die Skizze stellt den Verlauf der Schiene einer Loopingbahn dar. Im Punkt A hat der Wagen die Geschwindigkeit 6,1 m/s.
Im Punkt C soll er einer Zentrifugalkraft vom 1,5fachen Betrag seiner Gewichtskraft ausgesetzt sein. Der Punkt C befindet sich in der Höhe h_C = 22 m über dem Boden. Der Wagen wird als Massepunkt aufgefasst, von der Reibung ist abzusehen.



a) Beschreiben Sie die Energiezustände in den Punkten A, B, C und die Energieumwandlungen bei der Bewegung des Wagens von A nach C.
b) Berechnen Sie die Höhe h_A des Punktes A über dem Boden.
c) Berechnen Sie die Geschwindigkeit, mit der dieser Wagen den Punkt B, der sich in Bodenhöhe befindet, passiert.
d) Geben Sie die im Punkt B auf die Schiene wirkende Gesamtkraft als Vielfaches der Gewichtskraft des Wagen an.

Lösungen:

1.

geg.:	$m=70\,kg$ $v=20\,\frac{km}{h}$ $r=20\,m$	ges.:	F_1, F_2
Lösung:	Die Skifahrerin spürt im unteren Teil der Mulde ihre Gewichtskraft sowie die Kraft, die zum Durchfahren der Mulde notwendig ist. Die Fahrt durch die Mulde ist als Kreisbewegung zu sehen. Um eine Kreisbewegung durchzuführen, ist eine Radialkraft notwendig. Diese Kraft wirkt zum Mittelpunkt der Kreisbewegung, hier also nach oben. Die Skifahrerin spürt als Folge davon die Fliehkraft (eine Schein- oder Trägheitskraft), und die zeigt in entgegengesetzte Richtung, also nach unten. $F_1=m\cdot g+\frac{m\cdot v^2}{r}$ $F_1=70\,kg\cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}+\frac{70\,kg\cdot\left(5{,}6\,\frac{m}{s}\right)^2}{20\,m}$ $F_1=686{,}7\,N+109{,}8\,N$ $F_1=796{,}5\,N$ Auf der Welle wirkt wieder die Gewichtskraft nach unten, die Fliehkraft zeigt jetzt aber nach oben, so dass beide Kräfte subtrahiert werden müssen: $F_2=686{,}7\,N-109{,}8\,N$ $F_2=576{,}9\,N$		
Antwort:	Am Boden der Mulde spürt die Skifahererin eine Kraft von 796,5 N, am höchsten Punkt der Welle eine Kraft von 576,9 N.		

2.

<table>
<tr><td>geg.:</td><td>$m = 1 \cdot 10^{3}\,kg$
$r = 15\,m$
$T = 2\,s$</td><td>ges.:</td><td>F</td></tr>
<tr><td>Lösung:</td><td colspan="3">Damit der Käfer die Kreisbewegung mitmachen kann, muss er sich mit der dazu notwendigen Radialkraft an der Flügelspitze festkrallen.
$F = \frac{m \cdot v^2}{r}$
Über die Geschwindigkeit ist noch nichts bekannt. Die Bewegung ist aber gleichförmig und Weg und Zeit sind bekannt. Der in 2 s zurückgelegte Weg ist der Umfang des gesamten Windrades:
$v = \frac{s}{t}$
$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$

Damit erhält man die Radialkraft:
$F = \frac{m \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot r^2}{r \cdot T}$
$F = \frac{m \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T}$
$F = \frac{1 \cdot 10^{-3}\,kg \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot 15\,m}{2^2\,s^2}$
$F = 0{,}15\,N$

Damit muss der Käfer eine Kraft aufbringen, die dem 15-fachen seines Körpergewichtes entspricht.</td></tr>
<tr><td>Antwort:</td><td colspan="3">Der Käfer muss sich mit 0,15 N festhalten.</td></tr>
</table>

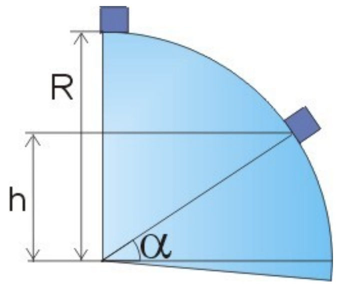
3. Der Körper führt eine Kreisbewegung durch, dazu ist eine Radialkraft notwendig. Die ergibt sich aus F_R = m*v²/r, ist also von der Geschwindigkeit abhängig. Wird die Geschwindigkeit größer, ist auch eine größere Kraft notwendig, um den Körper auf der Kreisbahn zu halten.
Die Kraft wirkt senkrecht zum Mittelpunkt hin, ist in diesem Fall also die Normalkraft F_H.
Die wird durch die Gewichtskraft aufgebracht und wird beim Herabgleiten immer kleiner (die Fläche neigt sich ja immer mehr).
Ist nun die Normalkraft nicht mehr ausreichend, um die Radialkraft aufzubringen (also Radialkraft wird größer als die Normalkraft), kann der Körper die Kreisbahn nicht mehr halten, der Radius der Bewegung wird größer, der Körper hebt ab.
Die Geschwindigkeit des Körpers berechnet sich aus der Geschwindigkeit des freien Falls. Der Weg ist dabei die Differenz R-h.

$$F_R = F_N$$

$$\frac{m \cdot v^2}{R} = m \cdot g \cdot \sin\alpha, \text{mit } \sin\alpha = \frac{h}{R}$$

$$\text{und } v^2 = 2 \cdot (R - h) \cdot g \text{ ergibt sich}$$

$$\underline{h = \frac{2}{3} \cdot R}$$



4.

a) Kraft auf K1 = Gewichtskraft - Hangabtriebskraft von K2 = 58,9 N
Beschleunigung = diese Kraft / Summe der beiden Massen

Zeit	1,5 s
Geschwindigkeit	9,81 m/s

Kraft gleicht die Hangabtriebskraft aus und beschleunigt den Körper = Hangabtriebskraft + m2*a

Kraft	23,9 N

b) K2 ist im neu definierten Punkt D, wenn K1 abgetrennt wird.
Wie weit liegt D über A? 3,75 m
wie hoch kommt K2 mit seiner kinetischen Energie von Punkt D aus? Ekin = Epot => h=4,9 m
Epot in diesem Punkt wird wieder zu Ekin, als Höhe diesmal 3,75m+4,9m
damit erhält man die Geschwindigkeit 13,03 m/s
Zeit: 1. A->D 1,5s, D-> Halt 2s (a=gsin(Alpha), Halt->A mit F=m*a und f=Hangabtriebskraft 2,66s

Zeit	6,6 s

c)Kraft = Gewichtskraft + Radialkraft
Gewichtskraft = m*g*sin45°=48,6 N
Radialkraft, vorher v über Energiesatz = 12,8 m/s
(Ekin in B + Epot von B nach C = Ekin in C)
-> Radialkraft = 237,6 N
-> Gesamtkraft = 286,2 N

d) Die kinetische Energie im Punkt E wird in Reibungsarbeit und Spannarbeit umgewandelt.

Weg	19 m

5.

geg.:	$v_A = 6{,}1\frac{m}{s}$ $F_C = 1{,}5 F_G$ $h_c = 22m$	ges.:	

Lösung:

a) Energieumwandlungen:
Der Wagen kommt vom Punkt an, in dem er bereits eine Geschwindigkeit besitzt. Damit hat er dort kinetische und potentielle Energie.
Der Boden wird als Bezugslinie angenommen. Damit besitzt er im Punkt B nur noch kinetische Energie, die genau so groß wie die Summe der Energien im Punkt A ist (Energieerhaltung)
Diese kinetische Energie im Punkt B wird wieder in potenzielle Energie umgewandelt, wenn der Wagen zum Punkt C fährt. Da nicht alles umgewandelt wird, besitzt er dort wieder kinetische und potenzielle Energie.

b) Als Bedingung muss gelten, dass im Punkt A so viel Energie vorhanden ist, dass der Wagen im Punkt C mit der entsprechenden Radialkraft herumschleudert.

$$E_{KinA} + E_{potA} = E_{kinC} + E_{kinC}$$

$$\frac{m}{2} \cdot v_A^2 + m \cdot g \cdot h_A = \frac{m}{2} \cdot v_C^2 + m \cdot g \cdot h_C$$

Welche Geschwindigkeit ist im Punkt C notwendig? Die Radialkraft soll das 1,5 fache der Gewichtskraft betragen. Also:

$$F_R = 1{,}5 m \cdot g$$

$$\frac{m \cdot v_c^2}{r} = 1{,}5 m \cdot g$$

Der Radius ist die Hälfte der Höhe zum Punkt C.

$$\frac{2 \cdot m \cdot v_c^2}{h_C} = 1{,}5 m \cdot g$$

$$2 \cdot m \cdot v_c^2 = 1{,}5 m \cdot g \cdot h_C$$

$$v_c^2 = \frac{3 \cdot g \cdot h_C}{4}$$

Das wird in die Energiegleichung eingesetzt, aus der vorher noch die Masse m gekürzt wurde.

$$\frac{1}{2} \cdot v_A^2 + g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot \frac{3 \cdot g \cdot h_C}{4} + g \cdot h_C$$

$$g \cdot h_A = \frac{3 \cdot g \cdot h_C}{8} + g \cdot h_C - \frac{1}{2} \cdot v_A^2$$

$$h_A = \frac{3 \cdot h_C}{8} + h_C - \frac{\cdot v_A^2}{2 \cdot g}$$

$$h_A = \frac{3 \cdot 22m}{8} + 22m - \frac{\left(6{,}1\frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}}$$

$$h_A = 8{,}25m + 22m - 1{,}9m$$

$$h_A = 28{,}35m$$

	c) Die Geschwindigkeit im Punkt B ergibt sich aus der Energie im Punkt A, die hier vollkommen in kinetische Energie umgewandelt wurde. $E_{kinB} = E_{kinA} + E_{potA}$ $\frac{m}{2} \cdot v_B^2 = \frac{m}{2} \cdot v_A^2 + m \cdot g \cdot h_A$ $\frac{1}{2} \cdot v_B^2 = \frac{1}{2} \cdot v_A^2 + g \cdot h_A$ $v_B^2 = v_A^2 + 2 \cdot g \cdot h_A$ $v_B = \sqrt{v_A^2 + 2 \cdot g \cdot h_A}$ $v_B = 24{,}36\,\frac{m}{s}$ d) Die Gesamtkraft im Punkt B berechnet sich aus der schon vorhandenen Gewichtskraft und der Radialkraft, da sich der Wagen an dieser Stelle auf der Kreisbahn befindet. $F = m \cdot g + \frac{m \cdot v_B^2}{r}$ $F = m \cdot \left(g + \frac{v_B^2}{r} \right)$ $F = m \cdot \left(9{,}81\,\frac{m}{s^2} + \frac{\left(24{,}36\,\frac{m}{s}\right)^2}{11m} \right)$ $F = m \cdot 63{,}8\,\frac{m}{s^2}$ Die normale Gewichtskraft ist die Masse mal die Fallbschleunigung. Der Wert 63,8 ist 6,5 mal größer als die Fallbeschleunigung, so dass im Punkt B der 6,5 fache der Gewichtskraft wirken.
Antwort:	Der Punkt A muss sich 28,35 m über dem Boden befinden. Durch den Punkt B donnert der Wagen mit 24,4 m/s. Dabei spüren die Insassen das 6,5 fache der eigenen Gewichtskraft.