Aufgaben zur elektrischen Ladung

1. Welche Ladung tragen zwei an horizontalen Federn befestigte Punktmassen, wenn die Federn bei einem Abstand der Ladungen von 1 mm um je 5 cm zusammengedrückt werden? Die Federkonstante beträgt 1 N/m.

2. Um welchen Faktor ändert sich die Coulombkraft zwischen zwei Punktladungen, wenn der Wert jeder Ladung vervierfacht und der Abstand halbiert wird?

3. Seit Herbst 1998 verwendet die NASA eine Raumsonde mit Ionenantrieb. Dabei werden einfach positiv geladene Xenon-Ionen zwischen zwei Gittern beschleunigt, die wie ein Plattenkondensator wirken. Die über den ganzen Gitterabstand beschleunigten Ionen mit vernachlässigbarer Anfangsgeschwindigkeit verlassen die Raumsonde und erzeugen dabei den nötigen Rückstoß. Die Spannung zwischen den Gittern beträgt 1280V, ihr Abstand ist 5,0 cm. Ein Xenon-Ion hat die Masse $2{,}18 \cdot 10^{-25}$ kg und die Raumsonde hat die Masse 486 kg.
a) Mit welcher Geschwindigkeit verlassen die Ionen die Sonde?
b) Berechnen Sie die elektrische Kraft auf die $2{,}2 \cdot 10^{13}$ Ionen, die jeweils gleichzeitig zwischen den Gittern sind! [zur Kontrolle: 90 mN]
c) Wie viele Stunden würde es dauern, um die Raumsonde von 0 auf 100 km/h zu beschleunigen, wenn keine weiteren Kräfte wirken? Der Masseverlust durch das Austreten der Ionen ist zu vernachlässigen.

4. Berechnen Sie den Betrag der Feldstärke eines homogenen elektrischen Feldes in Vm^{-1}, wenn ein Elektron in diesem eine Beschleunigung von $2{,}0 * 10^{15}\ ms^{-2}$ erhält!
Nach welcher Zeit erlangt das Elektron in diesem Feld die Geschwindigkeit $5{,}0 * 10^{6}\ ms^{-1}$, wenn die Anfangsgeschwindigkeit Null ist?

Lösungen:
1.

geg.:	$r=1\cdot10^{-3}\,m$ $s=1\cdot10^{-1}\,m$ $D=1Nm^{-1}$	ges.:	Q_1, Q_2
Lösung:	Zwischen den beiden Ladungen wirkt die Coulombsche Kraft. $F=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon}\cdot\frac{Q_1\cdot Q_2}{r^2}$ $F=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon}\cdot\frac{Q^2}{r^2}$, da $Q_1=Q_2$ $Q=\sqrt{F\cdot4\cdot\pi\cdot\varepsilon\cdot r^2}$ Als Unbekannte erscheint in dieser Gleichung noch die Kraft. Die kann über das Hooksche Gesetz bestimmt werden. $F=D\cdot s$ Damit wird: $Q=\sqrt{D\cdot s\cdot4\cdot\pi\cdot\varepsilon\cdot r^2}$ $Q=3{,}34\,nC$		
Antwort:	Jede Punktmasse ist mit 3,34 nC geladen.		

2. Mit dem Coulombschen Gesetz erhält man einen Faktor von 64:

$$F_1=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon}\cdot\frac{Q_1\cdot Q_2}{r^2}$$

$$F_2=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon}\cdot\frac{4\cdot Q_1\cdot4\cdot Q_2}{\left(\frac{r}{2}\right)^2}=\frac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon}\cdot\frac{16\cdot Q_1\cdot Q_2\cdot4}{r^2}=64\cdot F_1$$

3.

geg.:	$Q=1e$ $U=1280\,V$ $d=5{,}0\cdot 10^{-2}\,m$ $m_{Xe}=2{,}18\cdot 10^{-25}\,kg$ $m_{Rs}=486\,kg$ $N=2{,}2\cdot 10^{13}$ $\Delta v=100\,\frac{km}{h}=27{,}8\,\frac{m}{s}$	ges.:	a) v_{Xe} b) F_{Xe} c) t

Lösung:

a) Die Xenon-Ionen erhalten von der elektrischen Energie des Feldes kinetische Energie. Damit läßt sich die Geschwindigkeit berechnen:

$$E_{kin}=E_{el}$$

$$\frac{m}{2}\cdot v^2=Q\cdot U$$

$$v=\sqrt{\frac{2\cdot Q\cdot U}{m}}$$

$$v=\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}60219\cdot 10^{-19}\,C\cdot 1280\,V}{2{,}18\cdot 10^{-25}\,kg}}$$

$$v=43376\,\frac{m}{s}$$

$$v=43{,}4\,\frac{km}{s}$$

b) Die elektrische Feldstärke im Plattenkondensator ist

$$E=\frac{U}{s}$$

Allgemein ist die elektrische Feldstärke definiert als Kraft auf eine Punktladung:

$$E=\frac{F}{Q}$$

Durch Gleichsetzen und Umstellen erhält man die Kraft auf ein Ion:

$$\frac{U}{s}=\frac{F}{Q}$$

$$F=\frac{U\cdot Q}{s}$$

$$F=\frac{1280\,V\cdot 1{,}60219\cdot 10^{-19}\,C}{5{,}0\cdot 10^{-2}\,m}$$

$$F=4{,}1\cdot 10^{-15}\,N$$

Das ist die Kraft auf ein Xenon-Ion. Auf alle wirkt dann die Kraft:

$$F_G=2{,}2\cdot 10^{13}\cdot 4{,}1\cdot 10^{-15}\,N$$

$$F_G=0{,}09\,N$$

	c) Nach dem Wechselwirkungsgesetz wirkt diese Kraft über den Kondensator auf das Raumschiff und beschleunigt es. $F = m \cdot a$ $a = \frac{F}{m}$ Da die Kraft konstant wirkt, ist die Bewegung gleichmäßig beschleunigt. Es gilt also: $a = \frac{\Delta v}{t}$ Beide Gleichungen werden gleichgesetzt und nach t umgestellt: $\frac{F}{m} = \frac{\Delta v}{t}$ $t = \frac{\Delta v \cdot m}{F}$ $t = \frac{27{,}8 \frac{m}{s} \cdot 486\,kg}{0{,}09\,N}$ $t = 150120\,s$ $t = 41{,}7\,h$
Antwort:	a) Die Ionen verlassen mit 43,4 km/s die Sonde. b) Auf die Ionen wirkt eine Kraft von 90 mN. c) Die Sonde erreicht nach 41,7 h eine Geschwindigkeit von 100 km/h.

4.

geg.:	$a = 2{,}0 \cdot 10^{15}\ ms^{-2}$ $v = 5 \cdot 10^{6}\ ms^{-1}$ $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg$ $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$	ges.:	$a) E$ $b) t$
Lösung:	a) Das Elektron wird durch die konstante Kraft im elektrischen Feld beschleunigt. $E = \frac{F}{Q}$ mit der Elementarladung e als Q und $F = m \cdot a$ Einsetzen ergibt: $E = \frac{m_e \cdot a}{e}$ $E = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg \cdot 2{,}0 \cdot 10^{15}\ ms^{-2}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C}$ $E = 11{,}3 \cdot 10^{3}\ Vm^{-1}$ Einheitenbetrachtung: $\frac{kg \cdot m \cdot s^{-2}}{C} = \frac{kg \cdot m \cdot s^{-2}}{A \cdot s} = \frac{N}{A \cdot s} = \frac{N \cdot m}{A \cdot s \cdot m} = \frac{W \cdot s}{A \cdot s \cdot m} = \frac{V \cdot A \cdot s}{A \cdot s \cdot m} = \frac{V}{m}$ b) Es ist eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung (konstante Kraft), also gilt: $v = a \cdot t$ $t = \frac{v}{a}$ $t = 2{,}5 \cdot 10^{-9}\ s$		
Antwort:	Die Feldstärke muss $11{,}3 \cdot 10^{3}\ Vm^{-1}$ betragen. Das Elektron hat die Beschleunigungsstrecke nach $2{,}5 \cdot 10^{-9}$ s durchlaufen.		