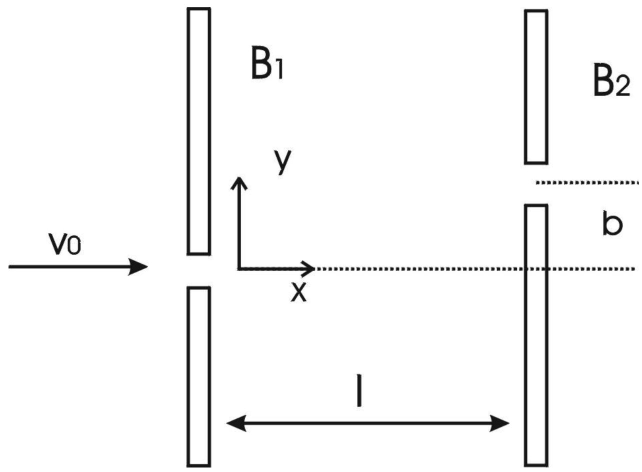
Aufgaben zu geladene Teilchen im elektrischen Feld

1. Berechnen Sie den Betrag der Feldstärke eines homogenen elektrischen Feldes in Vm^{-1}, wenn ein Elektron in diesem eine Beschleunigung von $2{,}0 * 10^{15}\ ms^{-2}$ erhält!
Nach welcher Zeit erlangt das Elektron in diesem Feld die Geschwindigkeit $5{,}0 * 10^{6}\ ms^{-1}$, wenn die Anfangsgeschwindigkeit Null ist?

2.
Zweifach positiv geladene Ionen der Masse $m = 1{,}5*10^{-26}$ kg bewegen sich mit der Geschwindigkeit $v_0 = 1{,}64*10^5$m/s durch die Blende B_1 und treten nach der Länge $l = 50{,}0$ mm bei der Blende B_2, die um $b = 12{,}0$ mm versetzt ist, wieder aus.
Zwischen den Blenden herrscht ein homogenes elektrisches Feld in y-Richtung.



a) Welche Spannung ist notwendig, um die Ionen auf die Geschwindigkeit v_0 zu beschleunigen?
b) Berechnen Sie die Zeit, die die Ionen für die Strecke von B_1 nach B_2 brauchen.
c) Berechnen Sie den Betrag der elektrischen Feldstärke E.
d) Berechnen Sie den Geschwindigkeitsbetrag |v| und den Ablenkwinkel b der Ionen beim Durchfliegen der Blende B_2.

3. a) Welche Beschleunigungsspannung U_0 ist erforderlich, um ein Elektron aus der Ruhe heraus auf die Geschwindigkeit $v_0 = 2{,}0*10^7\ ms^{-1}$ zu beschleunigen?
b) Wie lange dauert in einem homogenen elektrischen Feld der Beschleunigungsvorgang auf einer $l_0 = 1{,}0$ cm langen Beschleunigungsstrecke?

4. In den Ablenkkondensator einer Braunschen Röhre tritt ein Elektronenstrahl, der die Beschleunigungsspannung von 1200 V durchlaufen hat, genau in der Mitte der Platten ein. Der Kondensator ist 6 cm lang und hat einen Plattenabstand von 4 mm. Wie groß darf die Ablenkspannung höchstens sein?

Lösungen
1.

geg.:	$a = 2{,}0 \cdot 10^{15}\ ms^{-2}$ $v = 5 \cdot 10^{6}\ ms^{-1}$ $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg$ $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$	ges.:	a)E b)t
Lösung:	a) Das Elektron wird durch die konstante Kraft im elektrischen Feld beschleunigt. $E = \frac{F}{Q}$ mit der Elementarladung e als Q und $F = m \cdot a$ Einsetzen ergibt: $E = \frac{m_e \cdot a}{e}$ $E = \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg \cdot 2{,}0 \cdot 10^{15}\ ms^{-2}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C}$ $E = 11{,}3 \cdot 10^{3}\ Vm^{-1}$ Einheitenbetrachtung: $\frac{kg \cdot m \cdot s^{-2}}{C} = \frac{kg \cdot m \cdot s^{-2}}{A \cdot s} = \frac{N}{A \cdot s} = \frac{N \cdot m}{A \cdot s \cdot m} = \frac{W \cdot s}{A \cdot s \cdot m} = \frac{V \cdot A \cdot s}{A \cdot s \cdot m} = \frac{V}{m}$ b) Es ist eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung (konstante Kraft), also gilt: $v = a \cdot t$ $t = \frac{v}{a}$ $t = 2{,}5 \cdot 10^{-9}\ s$		
Antwort:	Die Feldstärke muss $11{,}3 \cdot 10^{3}$ Vm^{-1} betragen. Das Elektron hat die Beschleunigungsstrecke nach $2{,}5 \cdot 10^{-9}$ s durchlaufen.		

2.

Geg.:	$Q = 2 \cdot e$ $m = 1{,}5 \cdot 10^{-26}\,kg$ $v_0 = 1{,}64 \cdot 10^5\,ms^{-1}$ $l = 50 \cdot 10^{-3}\,m$ $b = 12 \cdot 10^{-3}\,m$	ges.:	a) U für v_0 b) t für l

Lösung:	a) Die Ionen erhalten ihre kinetische Energie aus der elektrischen Energie des Feldes: $E_{kin} = E_{el}$ $\frac{m}{2} \cdot v^2 = Q \cdot U$ $U = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot Q}$ $U = 630\,V$ b) Die Ionen fliegen mit konstanter x-Geschwindigkeit von Loch 1 zu Loch 2. $v = \frac{s}{t}$ $t = \frac{s}{v}$ $t = \frac{50 \cdot 10^{-3}\,m}{1{,}64 \cdot 10^5\,ms^{-1}}$ $t = 3{,}05 \cdot 10^{-7}\,s = 0{,}305\,\mu s$ c) In y-Richtung wirkt auf die Ionen eine konstante Kraft, sie bewegen sich gleichmäßig beschleunigt. $b = \frac{a}{2} \cdot t^2$ t ist die Zeit, in der die Ionen von der einen Seite zur anderen gelangen, also die Zeit aus b). Wie groß ist die Beschleunigung? $F = m \cdot a$ und $E = \frac{F}{Q}$ $m \cdot a = E \cdot Q$ $a = \frac{E \cdot Q}{m}$ Also wird: $b = \frac{E \cdot Q}{2 \cdot m} \cdot t^2$ $E = \frac{2 \cdot b \cdot m}{Q \cdot t^2}$ $E = 12 \cdot 10^3\,Vm^{-1}$

	d) Die Geschwindigkeit in x-Richtung entspricht der Geschwindigkeit v_0. In y-Richtung nimmt die Geschwindigkeiten nach den Gesetzen gleichmäßig beschleunigten Bewegung kontinuierlich zu. Die Beschleunigung wurde schon in c) bestimmt. $v_y = a \cdot t$ $v_y = \frac{E \cdot Q \cdot t}{m}$ $v_y = 7{,}8 \cdot 10^4\ ms^{-1}$ Der Betrag der Geschwindigkeit ist nach den Gesetzen der Vektorrechnung die Diagonale des von den beiden Geschwindigkeiten aufgespannten Rechtecks. $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ $v = 182 \cdot 10^3\ ms^{-1}$ Der Ablenkwinkel ist der Winkel zwischen der eben berechneten Geschwindigkeit und der Geschwindigkeit $v_0 = v_x$. $\cos\alpha = \frac{v_x}{v}$ $\alpha = 25{,}7°$

3.

geg.:	$v = 2{,}0 \cdot 10^7\ ms^{-1}$ $l = 1 \cdot 10^{-2}\ m$	ges.:	a) U b) t
Lösung:	a) $E_{kin} = E_{el}$ $\frac{m}{2} \cdot v^2 = e \cdot U$ $U = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot e}$ $U = 1137\ V$ b) Die Elektronen bewegen sich auf Grund der konstant wirkenden Kraft gleichmäßig beschleunigt. $s = \frac{a}{2} \cdot t^2$ und $v = a \cdot t$ $t^2 = \frac{2 \cdot s}{a}$ $t^2 = \frac{2 \cdot s \cdot t}{v}$ $t = \frac{2 \cdot s}{v}$ $t = 1 \cdot 10^{-9}\ s$		
Antwort:	Es ist eine Beschleunigungsspannung von 1137 V notwendig. Der Beschleunigungsvorgang dauert $1*10^{-9}$ s.		

4.

geg.:	$U_b = 1200\,V$ $l = 6\,cm$ $d = 4mm$	ges.:	U_a
Lösung:	Der Elektronenstrahl wird im ersten Teil der Röhre durch die Spannung beschleunigt. Dabei kommt die kinetische Energie aus der Energie des Energie des elektrischen Feldes: $E_{kin} = Q \cdot U$ $\frac{m}{2} \cdot v^2 = Q \cdot U$ $v = \sqrt{\frac{2 \cdot Q \cdot U}{m}}$ Für das Elektron wird daraus: $v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot U_b}{m_e}}$ $v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 1200\,V}{9{,}109 \cdot 10^{-31}\,kg}}$ $v = 20{,}5 \cdot 10^6\,\frac{m}{s}$		
	Mit dieser Geschwindigkeit tretend die Elektronen nun senkrecht zu den Feldlinien in den Ablenkkondensator ein. Ihre Geschwindigkeit in der ursprünglichen Flugrichtung (x-Richtung) bleibt dabei erhalten. In y-Richtung werden sie beschleunigt. Beide Bewegungen überlagern sich. Diese Bewegung lässt sich gut mit einem waagerechten Wurf vergleichen. Die gesuchte Spannung darf nun nur so groß sein, dass die Elektronen trotz der Bewegung in y-Richtung am Ende des Kondensators nicht auf die Platte aufschlagen. Es muss also die Bewegungsgleichung für das Elektron aufgestellt werden: Dazu wird die Bewegung in x-Richtung und in y-Richtung gesondert betrachtet und zum Schluss über die Zeit zusammengeführt. x-Richtung: Die Bewegung ist gleichförmig, damit gilt: $x = v \cdot t$ Die Geschwindigkeit ist die im ersten Teil berechnete. y-Richtung:		

<table>
<tr><td></td><td>Die Elektronen führen eine beschleunigte Bewegung durch:
$y=\frac{a}{2}\cdot t^2$
Es wird die rechts berechnete Beschleunigung eingesetzt:
$y=\frac{e}{2\cdot m}\cdot E\cdot t^2$</td><td>Auf die Elektronen wirkt eine Kraft, es gilt das Newtonsche Grundgesetz:
$F=m\cdot a$
Diese Kraft wird durch das elektrische Feld aufgebracht:
$Q\cdot E=m\cdot a$
$e\cdot E=m\cdot a$
$a=\frac{e\cdot E}{m}$</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Die elektrische Feldstärke im Plattenkondensator ist an allen Stellen:
$E=\frac{U}{d}$
Damit wird:
$y=\frac{e\cdot U}{2\cdot m\cdot d}\cdot t^2$</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Stellt man die Gleichung für die Bewegung in x-Richtung nach t um und setzt sie in die Gleichung für die y-Richtung ein, erhält man die Bahnkurve des Elektrons:
$y=\frac{e\cdot U\cdot x^2}{2\cdot m\cdot d\cdot v^2}$
Gesucht ist die Spannung, also wird die Gleichung umgestellt:
$U=\frac{2\cdot y\cdot m\cdot d\cdot v^2}{e\cdot x^2}$
Da
$y=\frac{d}{2}$
wird daraus:
$U=\frac{m\cdot d^2\cdot v^2}{e\cdot x^2}$
Für x wird die Länge des Kondensators und für y der halbe Plattenabstand eingesetzt:
$U=\frac{9{,}11\cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}\cdot\left(4\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}\right)^2\cdot\left(20{,}5\cdot 10^{6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{1{,}60\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}\cdot\left(6\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}\right)^2}$
$U=10{,}6\,\mathrm{V}$</td></tr>
<tr><td>Antwort:</td><td colspan="2">An den Ablenkkondensator darf eine Spannung von maximal 10,6 V angeschlossen werden.</td></tr>
</table>