

## Aufgaben Wechselstromwiderständen

1. Ein Kondensator mit der Kapazität  $4,0 \mu\text{F}$  und ein Drahtwiderstand von  $1,2 \text{ k}\Omega$  sind in Reihe geschaltet und an eine Wechselspannungsquelle mit konstanter Effektivspannung sowie der ursprünglichen Frequenz  $f_1 = 0,10 \text{ kHz}$  angeschlossen. Bei welcher neuen Frequenz  $f_2$  beträgt die Effektivstromstärke nur noch die Hälfte ihres ursprünglichen Wertes?

2. Ein Kondensator ( $20 \mu\text{F}$ ), eine Spule ( $0,2 \text{ H}$ ) und eine Lampe ( $100 \Omega$ ) liegen parallel an  $20 \text{ V}$ ,  $50 \text{ Hz}$ . Bestimmen Sie mit Hilfe eines Zeigerdiagramms den durch die Schaltung fließenden Gesamtstrom.

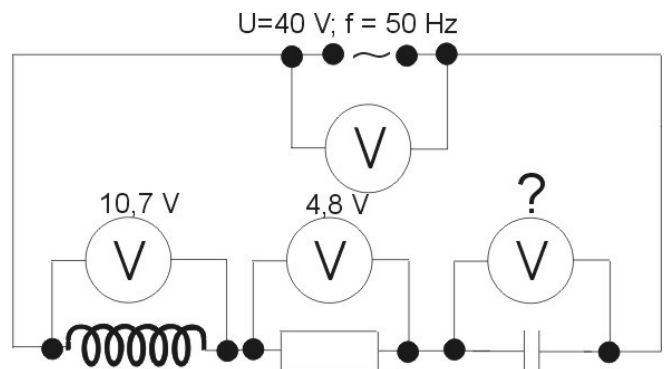
3. Ein  $40 \text{ W}$  LötKolben soll durch Vorschalten eines Kondensators in seiner Leistung gedrosselt werden, damit thermisch empfindliche Bauelemente nicht zerstört werden. Dazu wird die ursprüngliche Betriebsspannung von  $220 \text{ V}$  auf  $160 \text{ V}$  herabgesetzt. Die Frequenz der Netzspannung beträgt  $50 \text{ Hz}$ .

a) Wie groß muss die Kapazität des Kondensators gewählt werden?

b) Welche Leistung gibt der LötKolben danach ab?

c) Die Leistung kann auch durch die Reihenschaltung einer Halbleiterdiode in die Netzzuleitung gesenkt werden. Erklären Sie, warum.

4. Ein ohmscher Widerstand mit  $250 \Omega$ , ein Kondensator  $1,2 \mu\text{F}$  und eine Spule  $1,8 \text{ H}$  sind in Reihe an einer Wechselspannung von  $40 \text{ V}$  /  $50 \text{ Hz}$  angeschlossen. Die Spannung über dem Widerstand beträgt  $4,8 \text{ V}$  und über der Spule  $10,7 \text{ V}$ . Wie groß ist die Spannung über dem Kondensator? (Der ohmsche Widerstand der Spule wird vernachlässigt)



5. a) Um die Eigeninduktivität einer Spule zu messen, legt man zuerst die Gleichspannung  $4 \text{ V}$  an; es fließt ein Strom von  $0,1 \text{ A}$ .

Bei der effektiven Wechselspannung  $12 \text{ V}$ ,  $50 \text{ Hz}$  sinkt die Stromstärke auf  $30 \text{ mA}$ .

a) Erklären Sie, warum die Stromstärke bei Wechselspannung kleiner wird.

b) Berechnen Sie die Induktivität der Spule.

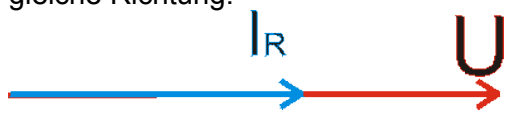
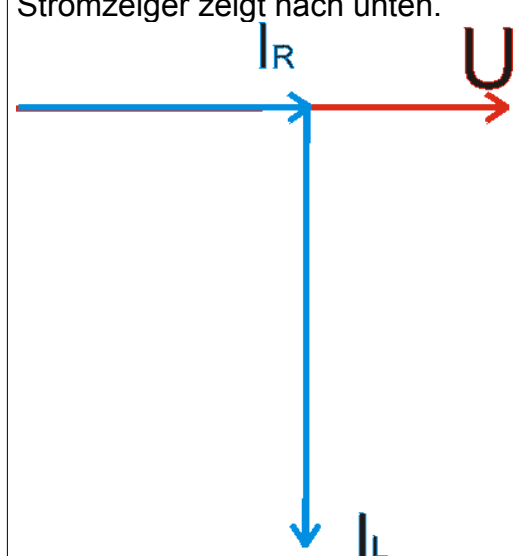
c) Wie groß ist die Phasenverschiebung? Zeichnen Sie ein Zeigerdiagramm.

## Lösungen

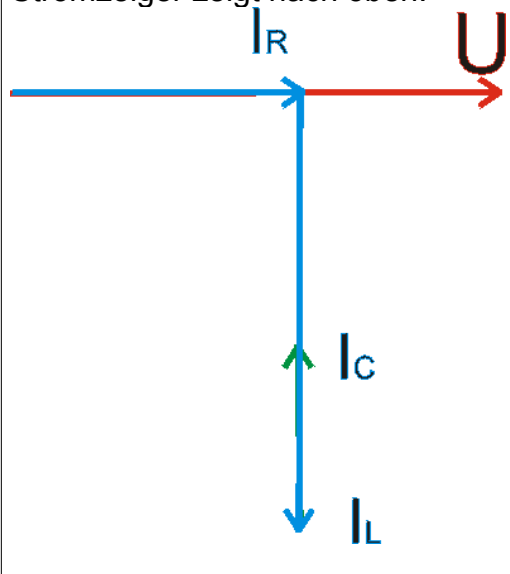
1.

geg.:	C = 4,0 $\mu$ F R = 1,2 k $\Omega$ f <sub>1</sub> = 100 Hz	ges.:	f
Lösung:	<p>Es liegt eine Reihenschaltung von Kondensator und Widerstand vor. Die Stromstärke wird vom Wechselstromwiderstand Z bestimmt. Dieser wird mit fallender Frequenz größer, also wird der fließende Strom kleiner. Nach der Aufgabenstellung soll der neue Strom nur noch halb so groß wie der ursprüngliche Strom.</p> $I_1 = 2 \cdot I_2$ $2 \cdot Z_1 = Z_2$ $2 \cdot \sqrt{R^2 + X_1^2} = \sqrt{R^2 + X_2^2}$ $4 \cdot (R^2 + X_1^2) = R^2 + X_2^2$ $4 \cdot R^2 + 4 \cdot X_1^2 = R^2 + X_2^2$ $3 \cdot R^2 + 4 \cdot X_1^2 = X_2^2$ $3 \cdot R^2 + \frac{4}{4 \cdot \pi^2 \cdot f_1^2 \cdot C^2} = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot f_2^2 \cdot C^2}$ $12 \cdot \pi^2 \cdot C^2 \cdot R^2 + \frac{4}{f_1^2} = \frac{1}{f_2^2}$ $f_2 = \sqrt{\frac{1}{12 \cdot \pi^2 \cdot C^2 \cdot R^2 + \frac{4}{f_1^2}}}$ $f_2 = 17,9 \text{ Hz}$		
Antwort:	Die neue Frequenz beträgt 17,9 Hz.		

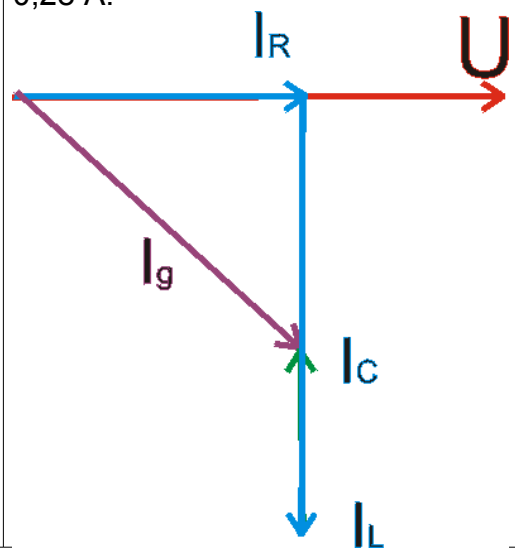
2.

geg.:	$C = 20 \mu\text{F}$ $L = 0,2\text{H}$ $R = 100\Omega$ $U = 20\text{V}$ $f = 50\text{Hz}$	ges.:	$I_{\text{ges}}$
Lösung:	<p>In einer Parallelschaltung ist die Spannung an allen Stellen gleich. Es müssen die einzelnen Ströme durch die Bauelemente berechnet werden. Unter Berücksichtigung der Phasenverschiebung läßt sich dann mit dem Phasendiagramm der Gesamtstrom berechnen.</p>		
	<p>Ohmscher Widerstand</p> $I = \frac{U}{R}$ $I = \frac{20\text{V}}{100\Omega}$ $I = 0,2\text{A}$	<p>Spule</p> $\omega \cdot L = \frac{U}{I}$ $I = \frac{U}{\omega \cdot L}$ $I = 0,33\text{A}$	<p>Kondensator</p> $\frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{U}{I}$ $I = U \cdot \omega \cdot C$ $I = 0,12\text{A}$
	<p>Als Maßstab für das Zeigerdiagramm eignet sich z.B.  <math>1\text{cm} \hat{=} 0,05\text{A}</math></p>		
	<p>1. Am Ohmschen Widerstand findet keine Phasenverschiebung statt, Spannung und Strom zeigen in die gleiche Richtung.</p> 	<p>2. Der Strom durch die Spule ist um <math>-90^\circ</math> zur Spannung phasenverschoben. Der Stromzeiger zeigt nach unten.</p> 	

3. Der Strom durch den Kondensator ist um  $90^\circ$  zur Spannung phasenverschoben. Der Stromzeiger zeigt nach oben.



4. Der Gesamtstrom ist der Zeiger vom Ursprung zum Ende des letzten Zeigers. Durch Ausmessen erhält man die Größe von etwa 0,28 A.



Antwort:

Durch die Schaltung fließt ein Gesamtstrom von 0,28 A.

3.

geg.:	$P_1 = 40\text{ W}$ $U_{\text{eff},1} = 230\text{ V}$ $U_{\text{eff},2} = 160\text{ V}$ $f = 50\text{ Hz}$	ges.:	C, $P_2$
Lösung:	<p>Der LötKolben stellt einen ohmschen Widerstand dar, der mit der Kapazität in Reihe geschaltet wird. Da der Kondensator eine Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom bewirkt, gelten die Gesetze des Wechselstromkreis. Das heißt, dass die Gesamtspannung sich nicht einfach auf die Teilwiderstände aufteilt, sondern die Summe der Teilspannungen höher ist als die Gesamtspannung.</p> <p>Der Strom ist aber an allen Stellen gleich.</p> <p>Der Gesamtwiderstand einer Reihenschaltung aus ohmschen Widerstand und Kapazität berechnet sich nach:</p> $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$ <p>Der darin enthaltene ohmsche Widerstand kann aus den gegebenen Größen berechnet werden:</p> $R = \frac{U_{\text{eff},1}}{I}$ <p>und</p> $P_1 = U_{\text{eff},1} \cdot I$ $I = \frac{P_1}{U_{\text{eff},1}}$ <p>Damit wird dann</p> $R = \frac{U_{\text{eff},1}^2}{P_1}$ $R = \frac{(230\text{ V})^2}{40\text{ W}}$ $R = 1,32 \cdot 10^3 \Omega$ <p>Dieser Widerstand ist eine konstante Größe, da er nur vom Draht der Heizung des LötKolbens abhängt.</p> <p>Mit Hilfe dieses Widerstandes kann nun der Strom berechnet werden, der bei 160 V durch den LötKolben fließt. Dieser Strom ist gleichzeitig der Gesamtstrom der Schaltung, fließt also auch durch den Kondensator und aus der Spannungsquelle.</p> $R = \frac{U_{\text{eff},2}}{I_{\text{eff},2}}$ $I_{\text{eff},2} = \frac{U_{\text{eff},2}}{R}$ $I_{\text{eff},2} = \frac{160\text{ V}}{1,32 \cdot 10^3 \Omega}$ $I_{\text{eff},2} = 0,12\text{ A}$		

Damit kann nun der Gesamtwiderstand  $Z$  der Schaltung berechnet werden.

$$Z = \frac{U_{\text{eff},1}}{I_{\text{eff},2}}$$

$$Z = 1,9 \cdot 10^3 \Omega$$

Als nächstes wird mit der ersten Gleichung der kapazitive Widerstand berechnet.

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$Z^2 = R^2 + X_C^2$$

$$X_C^2 = Z^2 - R^2$$

$$X_C = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$X_C = 1,37 \cdot 10^3 \Omega$$

Mit diesem Wert kann nun endlich die Kapazität berechnet werden:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$C = \frac{1}{\omega \cdot X_C}$$

$$C = 2,33 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$C = 2,33 \mu\text{ F}$$

b) Die Leistung berechnet sich aus den in a) schon erhaltenen Werten:

$$P_2 = U_{\text{eff},2} \cdot I_{\text{eff},2}$$

$$P_2 = 19,2 \text{ W}$$

Antwort:

Der Kondensator muss eine Kapazität von  $2,33 \mu\text{F}$  haben. Der LötKolben setzt jetzt eine Leistung von  $19,2 \text{ W}$  um.

4.

geg.:	$R = 250 \Omega$ $C = 1,2 \mu F$ $L = 1,8 H$ $f = 50 \text{ Hz}$ $U = 40 \text{ V}$	ges.:	$U_C$
Lösung :	<p>Die gegebenen Spannungen für Widerstand und Spule sind zum Lösen der Aufgabe nicht notwendig. Im Wechselstromkreis ist die Gesamtspannung nicht die Summe der einzelnen Teilspannungen. Ursache: Phasenverschiebungen. Als erstes muß der Scheinwiderstand <math>Z</math> der Reihenschaltung berechnet werden.</p> $Z = \sqrt{R^2 + \left( \omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right)^2}$ <p><math>Z = 2,1 \text{ k}\Omega</math></p> <p>Dieser Scheinwiderstand legt den Gesamtstrom in der Schaltung fest. Dieser Strom ist an allen Stellen gleich.</p> $Z = \frac{U}{I}$ $I = \frac{U}{Z}$ <p><math>I = 19 \text{ mA}</math></p> <p>Mit Hilfe diese Stromes lassen sich jetzt die Spannungen über den Bauteilen berechnen.</p>		
	$U_R = R \cdot I$ $U_R = 4,8 \text{ V}$	$U_C = X_C \cdot I$ $U_C = \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot I$ $U_C = 50,4 \text{ V}$	$U_L = X_L \cdot I$ $U_L = \omega \cdot L \cdot I$ $U_L = 10,7 \text{ V}$
Antwort :	Die Spannung über dem Kondensator beträgt 50,4 V.		

5.

geg.:	$U_{\sim} = 4 \text{ V}$ $I_{\sim} = 0,1 \text{ A}$ $U_{\sim} = 12 \text{ V}$ $f = 50 \text{ Hz}$ $I_{\sim} = 30 \cdot 10^{-3} \text{ A}$	ges.:	$L, \varphi$
Lösung:	<p>a) Gleichstrom: nur ohmscher Widerstand  Wechselstrom: ohmscher und induktiver Widerstand, der durch Selbstinduktion in der Spule entsteht</p> <p>b) Die Spule ist als Reihenschaltung von ohmschen und induktiven Widerstand zu betrachten:</p> $Z = \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L)^2}$ <p>Der ohmsche Widerstand ergibt sich aus der Gleichstrommessung:</p> $R = \frac{U_{\sim}}{I_{\sim}}$ $R = 40 \Omega$ <p>Die Wechselstrommessung liefert den Scheinwiderstand Z der Schaltung:</p> $Z = \frac{U_{\sim}}{I_{\sim}}$ $Z = \frac{12 \text{ V}}{30 \cdot 10^{-3} \text{ A}}$ $Z = 400 \Omega$ <p>Die erste Gleichung muss nun nach L umgestellt werden und die Induktivität kann berechnet werden:</p> $Z = \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L)^2}$ $Z^2 = R^2 + (\omega \cdot L)^2$ $Z^2 - R^2 = \omega^2 \cdot L^2$ $L = \sqrt{\frac{Z^2 - R^2}{\omega^2}}$ $L = 1,3 \text{ H}$		

Die Phasenverschiebung berechnet sich nach

$$\tan \varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

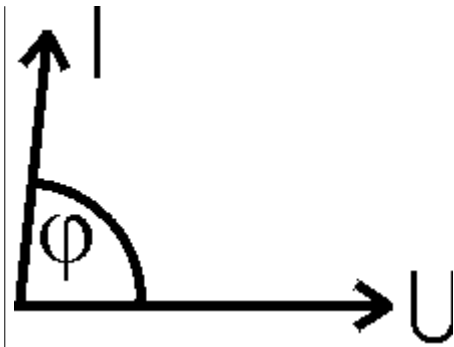
$$\tan \varphi = \frac{X_L}{R}$$

$$\tan \varphi = \frac{\omega \cdot L}{R}$$

$$\tan \varphi = \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}{R}$$

$$\varphi = 84,3^\circ$$

Die Phasenverschiebung ist der Winkel zwischen der anliegenden Spannung und dem fließenden Strom. Hätte die Spule keinen ohmschen Widerstand, wäre die Phasenverschiebung genau  $90^\circ$ .



Antwort:

Die Induktivität der Spule beträgt 1,8 H.