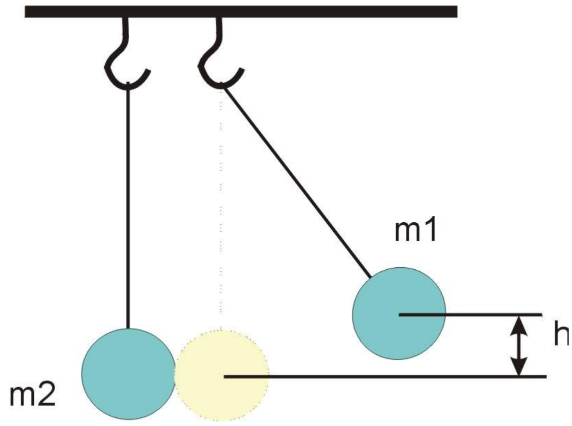
Aufgaben zum Impuls

1. Zwei Kugeln mit den Massen m_1 = 5,0 kg und m_2 = 10 kg stoßen mit den Geschwindigkeiten v_1 = 5,0 m/s und v_2 = 8,0 m/s gerade gegeneinander. Wie schnell sind die Kugeln nach dem Stoß, wenn dieser
a) elastisch
b) unelastisch ist?
c) Wieviel Bewegungsenergie geht in beiden Fällen verloren?

2. Aus dem Triebwerk einer meteorologischen Sonde treten pro Sekunde 2,6 kg Gas mit einer Geschwindigkeit von 1,9 km/s aus. Welche Schubkraft entwickelt das Triebwerk?

3.
Von zwei in gleicher Höhe pendelnd aufgehängten elastischen Kugeln ist die eine (m_1) doppelt so schwer wie die andere (m_2). Die schwerere Kugel wird um die Höhe h angehoben und losgelassen. Welche Höhe h_1 und h_2 erreichen die Kugeln nach dem Zusammenprall? (siehe Abbildung)



4. In eine Lore von 800 kg Masse, die mit einer Geschwindigkeit 1,5 ms^{-1} fährt, fallen von oben 600 kg Schotter. Auf welchen Betrag sinkt dadurch die Geschwindigkeit der Lore?

5. Ein Düsenflugzeug (Masse 160 t) fliegt mit der mittleren Geschwindigkeit von 810 km/h. Um das Flugzeug auf dieser Geschwindigkeit zu halten, wird Luft angesaugt, in den Triebwerken verdichtet und mit der Geschwindigkeit 3 km/s ausgestoßen. Welche Menge an Luft muss pro Sekunde angesaugt werden (Angabe in Tonnen)?

Lösungen:

1. Festlegung: die kleine Kugel kommt von links mit positiver Geschwindigkeit, die große Kugel kommt von rechts mit negativer Geschwindigkeit.
a) v_1' = -12,3 m/s (Die kleine Kugel rollt nach dem Stoß nach links zurück)
v_2' = 0,67 m/s (Die große Kugel rollt nach dem Stoß langsam nach rechts zurück)

b) v' = -3,7 m/s (Beide Kugeln rollen nach links)

c) Energie beim elastischen Stoß: Es werden die Summen der kinetischen Energien vor und nach dem Stoß betrachtet:
vorher = 382 J
nachher = 382 J
Die Energiedifferenz ist 0

Energie beim unelastischen Stoß: Die Energie vorher ist so groß wie beim elastischen Stoß
nachher: 102 J
Die Energiedifferenz ist 280 J.

2.

geg.:	$v = 1{,}9 \cdot 10^6 \, \frac{m}{s}$ $t = 1s$ $m = 2{,}6\,kg$	ges.:	F
Lösung:	Das Gas wird von der Geschwindigkeit 0 auf die Ausströmgeschwindigkeit beschleunigt, ändert also seinen Impuls. Es gilt: $\Delta p = F \cdot \Delta t$ $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ $F = \frac{m \cdot \Delta v}{\Delta t}$ $F = 4{,}94\,kN$ Diese Kraft ist notwendig, um das Gas auf diese Geschwindigkeit zu beschleunigen. Nach dem Wechselwirkungsgesetz wirkt diese Kraft nicht nur auf das Gas, sondern in entgegengesetzter Richtung auf die Sonde, die dadurch ebenfalls beschleunigt.		
Antwort:	Die Kraft beträgt 4,94 kN.		

3.

<table>
<tr><td>geg.:</td><td>$m_1 = 2 \cdot m_2$
h
g</td><td>ges.:</td><td>h_1'
h_2'</td></tr>
<tr><td>Lösung:</td><td colspan="3">1. Mit welcher Geschwindigkeit trifft m_1 auf m_2?
Die Kugel besitzt vor dem Loslassen potenzielle Energie, die vollständig in kinetische Energie umgewandelt wird.
$E_{pot} = E_{kin}$
$m \cdot g \cdot h = \frac{m}{2} \cdot v^2$
$v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$
2. Zwischen den Kugeln findet ein elastischer Stoß statt. Welche Geschwindigkeiten haben die Kugeln nach dem Stoß?
$v_1' = \frac{(m_1 - m_2) \cdot v_1 + 2 \cdot m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$
$v_1' = \frac{(m_1 - m_2) \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}}{3 \cdot m_2}$
$v_1' = \frac{m_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}}{3 \cdot m_2}$
$v_1' = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h}}{3}$
$v_2' = \frac{(m_1 - m_2) \cdot v_2 + 2 \cdot m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2}$
$v_2' = \frac{2 \cdot m_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}}{3 \cdot m_2}$
$v_2' = \frac{4 \cdot m_2 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}}{3 \cdot m_2}$
$v_2' = \frac{4}{3} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$
3. Beide Kugeln besitzen nach dem Stoß kinetische Energie, die wieder in potenzielle Energie umgewandelt wird. mit diesem Ansatz kann man die gesuchten Höhen berechnen.
$E_{kin} = E_{pot}$
$\frac{m}{2} \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h$
$h = \frac{v^2}{2 \cdot g}$
Das ist die allgemeine Gleichung für die gesuchte Höhe. Jetzt werden die bei 2. berechneten Geschwindigkeiten eingegeben.</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">$h_1 = \frac{2 \cdot g \cdot h}{9 \cdot 2 \cdot g}$
$h_1 = \frac{1}{9} \cdot h$</td><td>$h_2 = \frac{16}{9} \cdot \frac{2 \cdot g \cdot h}{2 \cdot g}$
$h_2 = \frac{16}{9} \cdot h$</td></tr>
</table>

Antwort:	Kugel 1 erreicht eine Höhe von 1/9 und Kugel 2 von 16/9 der Höhe, um die die schwere Kugel angehoben wurde.

4.

geg.:	$m_L = 800\,kg$ $v_{L1} = 1{,}5\,\frac{m}{s}$ $m_S = 600\,kg$	ges.:	v_{L2}
Lösung:	Da der Schotter von oben in die Lore fällt, steht die Kraft des abgebremsten Schotters senkrecht auf der Bewegung der Lore und wirkt auf diese Weise nicht zur Beschleunigung bei. Die Lore wird als ein System betrachtet, deren Impuls konstant bleibt. Da die Masse größer wird, muss die Geschwindigkeit kleiner werden. $m_L \cdot v_{L1} = (m_L + m_S) \cdot v_{L2}$ $v_{L2} = \frac{m_L \cdot v_{L1}}{(m_L + m_S)}$ $v_{L2} = \frac{800\,kg \cdot 1{,}5\,\frac{m}{s}}{800\,kg + 600\,kg}$ $v_{L2} = 0{,}86\,\frac{m}{s}$		
Antwort:	Die Geschwindigkeit sinkt auf 0,86 m/s.		

5.

geg.:	$m_F = 160 \cdot 10^3\,kg$ $v_F = 810\,\frac{km}{h} = 225\,\frac{m}{s}$ $v_L = -3 \cdot 10^3\,\frac{m}{s}$	ges.:	m_L
Lösung:	Die ausgestoßene Luft und das Flugzeug bilden ein abgeschlossenes System. In einem solchen System ist die Summe aller Impulse Null. Da die beiden Geschwindigkeiten in unterschiedliche Richtungen zeigen, wird die Geschwindigkeit der Luft negativ festgelegt. $0 = m_F \cdot v_F + m_L \cdot v_L$ $-m_L \cdot v_L = m_F \cdot v_F$ $m_L = -\frac{m_F \cdot v_F}{v_L}$ $m_L = -\frac{160 \cdot 10^3\,kg \cdot 225\,\frac{m}{s}}{-3 \cdot 10^3\,\frac{m}{s}}$ $m_L = 12 \cdot 10^3\,kg$ $m_L = 12\,t$		
Antwort:	Das Flugzeug muss pro Sekunde 12 t Luft ansaugen.		