937.

a) Für eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung, bei der die Geschwindigkeit am Anfang oder am Ende der Bewegung Null ist, gelten die beiden einfachen Gesetze:



Der Weg beim Anfahren berechnet sich demnach durch



Der zweite Abschnitt wird mit einer konstanten Geschwindigkeit durchfahren. Diese Geschwindigkeit kann aus den Angaben zum ersten Abschnitt berechnet werden:



Da die Bahn aus dem Stand heraus beschleunigt, ist die Geschwindigkeitsänderung auch die Endgeschwindigkeit nach dem Beschleunigen. Mit dieser Geschwindigkeit fährt die Bahn nun 76 s und legt dabei weitere



zurück.

Der Weg beim Bremsen kann durch die Symmetrie beim Anfahren und Bremsen wieder mit der Gleichung



berechnet werden.



Damit kann der Gesamtweg berechnet werden:



Die beiden Stationen sind 2,2 km entfernt.

Das Diagramm muss schrittweise berechnet werden.

1. Abschnitt:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t in s | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 |
| s in m | 0 | 11,3 | 45 | 101 | 180 | 281 |

2. Abschnitt

Zu den berechneten Wegen muss der Anfangsweg von 281 m immer addiert werden. Da die Bewegung gleichförmig erfolgt, die Kurve also eine Gerade ist, reicht es, den Endpunkt zu bestimmen. Der Anfangspunkt ist ja der Endpunkt des 1. Abschnittes.



3. Abschnitt

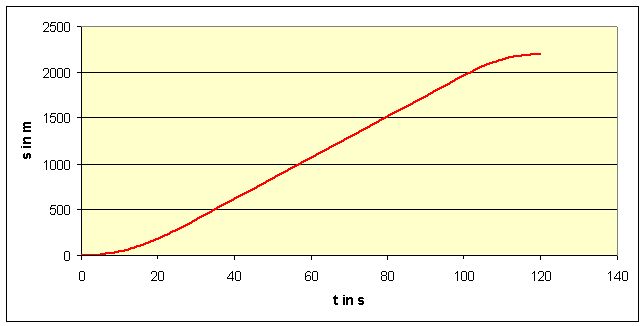
Jetzt muss die komplette Gleichung verwendet werden:



Der erste Summand sind die bereits zurückgelegten 1991 m. Der zweite Summand ist der Weg, der dazukommen würde, wenn der Zug nicht bremst.

Der dritte Summand ist durch die negative Beschleunigung ebenfalls negativ und wird dadurch vom zweiten Summanden abgezogen. Das ist der Weg, um den die zurückgelegte Strecke durch das Bremsen weniger wird.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Gesamtzeit in s | 101 | 106 | 111 | 116 | 120 |
| Bremszeit in s | 0 | 5 | 10 | 15 | 19 |
| Gesamtweg in m | 1991 | 2089 | 2156 | 2194 | 2202 |



[Excel-Tabelle](m937.xls)

b) Es wird die Geschwindigkeit berechnet, mit der der Fahrgast den anderen Zug vorbeifahren sieht:



Das ist die Relativgeschwindigkeit der beiden Züge. Um die Geschwindigkeit des 2. Zuges bezüglich des Bahndammes zu bestimmen, muss die Geschwindigkeit des Zuges, in dem der Fahrgast sitzt, abgezogen werden:



938.

|  |  |
| --- | --- |
| Wenn das Pendel aus seiner Ruhelage ausgelenkt wird, wird an ihm Arbeit verrichtet.  Das bedeutet, dass sich sein Energiezustand ändert: Es erhält Lageenergie (potenzielle Energie).  Die potenzielle Energie ist abhängig von der Masse des Pendelkörpers und der Höhe gegenüber der 0-Linie. Je höher es gehoben wird, umso größer ist seine potenzielle Energie. |  |
| Beim Loslassen schwingt der Pendelkörper zurück. Dabei wird seine Höhe gegenüber der 0-Linie immer kleiner, er verliert also potenzielle Energie.  Gleichzeitig wird er aber immer schneller. Das bedeutet, dass seine Bewegungsenergie (kinetische Energie) immer größer wird.  Ist das Pendel wieder im unteren Punkt angekommen, ist seine potenzielle Energie komplett in kinetische Energie umgewandelt worden. Die Geschwindigkeit ist am größten.  Gleichzeitig wird bei dieser Umwandlung durch Reibung Wärmeenergie frei.  Diese wird an die Umgebung abgegeben und ist für die Schwingung verloren. Man spricht von entwerteter Energie. |  |
| Die kinetische Energie, die das Pendel jetzt im unteren Punkt besitzt, wird wieder in potenzielle Energie umgewandelt: der Pendelkörper schwingt wieder nach oben. Dabei wird seine Geschwindigkeit immer kleiner (Bewegungsenergie nimmt ab) und seine Höhe über der 0-Linie wieder größer (Lageenergie nimmt zu).  Im oberen Ruhepunkt ist die kinetische Energie komplett in potenzielle Energie und leider auch wieder in Wärmeenergie umgewandelt worden. Dadurch erreicht das Pendel nicht die ursprüngliche Höhe.  Beim Zurückschwingen laufen die Umwandlungen wieder so ab wie auf der rechten Seite. |  |

Es wird potenzielle Energie in kinetische und Wärmeenergie umgewandelt und dann wieder kinetische in potenzielle und Wärmeenergie.

Da ständig Wärmeenergie frei gesetzt wird, verliert das Pendel an Gesamtenergie und bleibt zum Schluss stehen. Die zu Beginn verrichtete Arbeit zum Anheben des Pendels ist komplett in Wärmeenergie geworden.

**939.** Die Bewegung der Schraube ist ein senkrechter Wurf nach oben. Zuerst muss gefragt werden, wie hoch die Schraube noch fliegt, bis sie zum Stillstand kommt und wie lange sie dazu braucht. Danach berechnet man die Zeit, die die Schraube braucht, um aus dieser Höhe den Boden zu erreichen. Beide Zeiten werden addiert und sind die gesuchte Zeit.

1. Die Steigzeit beim senkrechten Wurf ist



v0 ist die Steiggeschwindigkeit des Copters.



Die Steighöhe ist



2. Fallzeit nach dem Stillstand

Die Schraube fällt aus 13,26 m nach unten. Es gilt



Zu dieser Fallzeit kommen noch die 0,82 s aus dem Steigen, so dass die Schraube nach 2,5 s aufschlägt.

**940.** Die Welle breitet sich mit unvorstellbaren 800 km/h aus.

[vollständige Lösung](vlsgmech3.docx#m940)

941.

**a)** Wenn der Spieler auf die Bande prallt und stehen bleibt, ändert sich sein Impuls von einem Wert größer Null auf den Wert Null.

Diese Impulsänderung erfolgt in einer sehr kurzen Zeit, so dass die Impulsänderung je Zeit und damit die Geschwindigkeitsänderung je Zeit einen sehr großen Wert annimmt.

Es wirkt auf den Spieler eine große Beschleunigung, die nach dem Newton’schen Grundgesetz durch eine große Kraft F hervorgerufen wird.

Die Kraft F muss von der Bande aufgebracht werden (Wechselwirkungsgesetz)

**b)** Für einen unelastischen Stoß gilt für die Geschwindigkeit nach dem Stoß:



Da der zweite Spieler ruht, also v2=0 ist, fällt der zweite Summand über dem Bruchstrich weg.



Unmittelbar nach dem Stoß haben die beiden Spieler eine Geschwindigkeit von 7 km/h.

Für den Energieverlust werden die kinetischen Energien beider Spieler vor dem Stoß und nach dem Stoß berechnet:

1. vor dem Stoß

Der 2. Spieler braucht nicht berücksichtigt zu werden, da er keine Geschwindigkeit besitzt.



2. nach dem Stoß



Nach dem Stoß sind noch 47% der ursprünglich vorhandenen Bewegungsenergie vorhanden.



Das heißt, es sind 53% der Bewegungsenergie in Wärmeenergie umgewandelt worden.

c) Auf den Puck wirkt ein Kraftstoß. Dieser bewirkt eine Änderung des Impulses .

Es gilt:



Die Impulsänderung ist die Differenz aus Endimpuls und Anfangsimpuls. da der Anfangsimpuls 0 ist (der Puck ruht), ist die Impulsänderung so groß wie der Impuls nach dem Kraftstoß.



ist die gesuchte Zeitspanne und kann berechnet werden:



Die Kraft wirkt 0,05 s auf den Puck ein.

d) Die Kraft, die eine bestimmte Zeit einwirkt, ändert während dieser Zeit den Impuls



Dort, wo die Impulsänderung am größten ist, ist auch die Kraft am größten. Das heißt, dort wo der Anstieg der Kurve am größten ist, kann die maximale Kraft bestimmt werden.

Im Zeitbereich von 0,02 s bis 0,03 s verläuft die Kurve gerade. Das bedeutet, dass die Kraft dort konstant war. Es gilt demnach



Die maximale Kraft für diesen Schuss ist 100 N groß.

Die Kraft entspricht, wie oben erwähnt, dem Anstieg der Impulskurve. Im ersten Teil etwa bis 0,018 s stellt es eine quadratische Funktion dar. Der Anstieg (erste Ableitung) ist eine steigende Gerade.

Bis etwa 0,034 s verläuft die Kurve gerade, der Anstieg ist konstant, also eine Parallele zur Zeitachse.

Bis zum Ende der Krafteinwirkung wird der Anstieg immer kleiner, die Kraftkurve fällt also währen dieser Zeit auf den Wert Null zurück.



942. Wenn sich die Bürste dreht, macht sie bei der konstanten Drehzahl eine gleichförmige Kreisbewegung. Damit lässt sich die Geschwindigkeit mit



berechnen.

Für eine Umdrehung ist der Weg genau der Umfang der Büste, also



Die Zeit lässt sich aus der Umdrehungszahl angeben:



Damit erhält man die Geschwindigkeitsgleichung



Für eine schöne Einheit wird alles in Grundeinheiten umgerechnet:



Damit kann nun die Geschwindigkeit berechnet werden:



**943.**

c) viermal so groß

Der Körper führt einen waagerechten Wurf aus. Dieser Wurf lässt sich als Überlagerung einer gleichförmigen Bewegung in x-Richtung (waagerecht) und einem freien Fall in y-Richtung (senkrecht) beschreiben.

Die Weite des Wurfes hängt dabei nur von der Geschwindigkeit in x-Richtung ab. Die Flugzeit ist die Zeit, die der Körper braucht, um die Wurfhöhe zu durchfallen. Da die in dem Experiment nicht geändert wird, bleibt auch die Wurfzeit gleich.

Die Bewegung in x-Richtung ist eine gleichförmige Bewegung und damit ist die Wurfweite direkt proportional zur Abwurfgeschwindigkeit. Eine doppelte Wurfweite benötigt also auch eine doppelte Abwurfgeschwindigkeit.

Wenn der Körper die geneigte Ebene hinunterrutscht, wandelt er potenzielle Energie in kinetische Energie um. Da die Reibung unberücksichtigt bleibt, ist die kinetische Energie am Ende der Bahn genau so groß wie die potenzielle Energie am Startpunkt.

Formelmäßig heißt das:



Der Zusammenhang zwischen der Abwurfgeschwindigkeit und der Starthöhe ist also:



Das bedeutet, dass eine Verdopplung der Geschwindigkeit eine Vervierfachung der Starthöhe erfordert.

**944.**

**a)** Die Federkonstante ist das Verhältnis zwischen der nach unten ziehenden Kraft und der Längenänderung, die sich dadurch ergibt.

Wenn an die Feder das 200g Massestück angehängt werden, dehnt sie sich um 24,8 cm aus.



Das bedeutet, dass an die Feder eine Kraft von 7,9 N gehängt werden müssten, um sie einen Meter auszudehnen (falls sie das mitmacht)

Zur Beantwortung der Frage muss die Federkonstante D und der Abstand s von der Gleichgewichtslage nach 3 s bestimmt werden.

**b)** Als nächstes wird die Schwingungsdauer berechnet. Sie ist



Das Pendel braucht also genau 1 Sekunde für eine komplette Schwingung.

**c)** Die Elongation einer Schwingung berechnet sich allgemein mit



Dies gilt aber nur, wenn die Schwingung in der Gleichgewichtslage beginnt. Zum Zeitpunkt 0 s (Start) ist dann die Elongation 0.

Da die Schwingung aber im unteren Punkt beginnt, muss zu  ein zusätzlicher Phasenwinkel subtrahiert werden, damit zum Zeitpunkt 0 als Elongation genau die Amplitude ist. Dieser Phasenwinkel ist demnach eine Viertel Schwingung oder .

Die Schwingungsgleichung für diesen konkreten Fall heißt demnach



Damit kann die gesuchte Elongation berechnet werden. (Hinweis: der Taschenrechner muss auf Radiant gestellt werden)



Es lässt sich aber auch die Cos-Funktion benutzen, nur eben ohne die Verschiebung um . Da sie unten beginnt, kommt noch ein Minus davor.



**d)** Die wirkende Kraft lässt sich aus dem linearen Kraftgesetz berechnen:



**e)** Der Pendelkörper hat seine maximale kinetische Energie in dem Augenblick, wo er seine größte Geschwindigkeit hat. Das ist genau in der Gleichgewichtslage der Fall.

In der Gleichgewichtslage ist der Pendelkörper nach einer viertel Schwingung, also nach 0,25 s. Mit der Gleichung für die Geschwindigkeit einer harmonischen Schwingung lässt sich diese Geschwindigkeit berechnen:



Natürlich muss wieder berücksichtigt werden, dass die Schwingung nicht im Ruhepunkt anfängt, sondern bei der maximalen Auslenkung:



Damit kann die max. Geschwindigkeit berechnet werden:



Mit der Geschwindigkeit lässt sich über



die gesuchte Energie berechnen:



**f) 1. Lösung**

Die Geschwindigkeit des Körpers berechnet sich mit



Zu welcher Zeit hat sie einen Abstand von 2cm von der Ruhelage?

Die y(t)-Gleichung hilft uns weiter:



Die Gleichung muss nach der Zeit t umgestellt werden:



Mit dieser Zeit geht man in die Geschwindigkeitsgleichung:



**2. Lösung**

Bei einer ungedämpften Schwingung ist die Summe der kinetischen Energie des Pendelkörpers und der Spannenergie der Feder immer gleich groß. In den Umkehrpunkten steckt die gesamte Energie in der Feder und in der Gleichgewichtslage in dem schwingenden Körper.

Die Energie einer gespannten Feder berechnet sich mit



D ist die oben berechnete Federkonstante und y die Ausdehnung der Feder im Bezug zur unbelasteten Feder. Hängt an der Feder kein Körper, speichert sie auch keine Energie, da y=0 ist.

Für die schwingende Feder gilt natürlich der Energieerhaltungssatz der Mechanik. Damit lassen sich folgende Aussagen machen:

1. Die maximale kinetische Energie ist so groß wie die maximale Spannenergie.

2. Die Summe aus kinetischer Energie und Spannenergie ist in jedem Moment der Schwingung so groß wie die max. Spannenergie.

Oder als Formel:



Damit kann die Geschwindigkeit in dem gesuchten Punkt berechnet werden:



v ist die gesuchte Geschwindigkeit, nach der umgestellt wird:



**g)** Die in einer Feder gespeicherte Spannenergie berechnet sich mit



Die Amplitude der Schwingung ist zu Beginn 5 cm groß. Nach drei Sekunden hat das Pendel genau drei Schwingungen gemacht. Da die Amplitude nach jeder Schwingung um 10% abgenommen hat, ergeben sich für die ersten drei Schwingungen folgende Amplituden:

Nach 1 s: 

Nach 2 s: 

Nach 3 s: 

Oder einfacher: Nach 3 s: 

Da die Feder aber durch die angehängte Masse schon vorgespannt war, kommt diese Ausdehnung dazu:



Damit kann nun die gespeicherte Energie in der Feder berechnet werden:



**945.**

a) Der Körper bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit.

b) Der Körper bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit.

c) Der Körper startet aus dem Stand heraus, hat also keine Anfangsgeschwindigkeit.

Die Geschwindigkeit wird gleichmäßig größer. Der bewegt sich mit einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung.

d) Der Körper bewegt sich gleichmäßig beschleunigt. Er hat aber bereits eine Anfangsgeschwindigkeit.

e) Der Körper bremst von einer Anfangsgeschwindigkeit gleichmäßig bis zum Stillstand ab.

f) Der Körper startet aus dem Stand heraus und beschleunigt gleichmäßig.

Nach einer bestimmten Zeit bewegt er sich mit einer gleichbleibenden Geschwindigkeit weiter um dann stark zu Bremsen. Nach dem Bremsen steht der Körper wieder.

**946.**

|  |  |
| --- | --- |
| Die Geschwindigkeit ist definiert als die Wegänderung je Zeit:    Für den ersten Abschnitt der Bewegung bis zur Zeit 4 heißt das:    Also den Weg nach der Zeit 4 minus dem Weg zur Zeit 0.    Für den zweiten Abschnitt sieht das so aus: |  |

**b)** Der Körper beginnt seine gleichförmige Bewegung in einer Entfernung von 2 vom Nullpunkt des Bezugssystems. Er nähert sich dem Nullpunkt mit der Geschwindigkeit -1, passiert den Nullpunkt nach der Zeit 2 und entfernt sich in der entgegengesetzten Richtung.

Nach der Zeit 4 bleibt er ruckartig stehen und bewegt sich zum Nullpunkt zurück. Diese Bewegung erfolgt langsamer als die erste Bewegung, nämlich nur mit 0,6.

Nach etwa 7,2 ist er wieder am Nullpunkt und bewegt sich noch etwa 1,8 weiter. Dabei entfernt er sich um 1 vom Nullpunkt in die Richtung, aus der er zu Beginn kam.

**947.**

|  |  |
| --- | --- |
| **a)** Man beginnt mit der Berechnung der Beschleunigung in den ersten 4 Zeiteinheiten. Die Beschleunigung gibt an, um welchen Wert sich die Geschwindigkeit in einer bestimmten Zeit ändert und entspricht dem Anstieg der v(t)-Kurve.    Da der Anstieg der v(t)-Kurve während der ersten 4 Zeiteinheiten konstant bleibt, kann man beliebige Wertepaare wählen:    Diese Beschleunigung ist während der ersten 4 Zeiteinheiten konstant.  In der nächsten Zeiteinheit bewegt sich der Körper mit einer konstanten Geschwindigkeit und die Beschleunigung ist 0.  In den verbleibenden 4 Zeiteinheiten kann die Beschleunigung wieder über den Anstieg der v(t)-Kurve berechnet werden. Die beträgt jetzt 0,75.  Jetzt können die zurückgelegten Wege berechnet werden. Allgemein gilt: |  |

Da nichts vorgegeben ist, lässt man die Bewegung im Nullpunkt des Bezugssystems beginnen. Damit wäre der erste Punkt mit 0,0 bekannt.

Die Bewegung verläuft bis zur 2 Zeiteinheit abbremsend bis zum Stillstand. Wie weit ist der Körper in dieser Zeit gekommen?



Dort bleibt der Körper einen kurzen Moment stehen, der Anstieg der s(t)-Kurve ist demnach 0. Da für eine beschleunigte Bewegung ein quadratischer Zusammenhang zwischen Weg und Zeit besteht, ist der Kurvenverlauf wie im Diagramm zu sehen.

Für die nächsten 2 Zeiteinheiten fährt der Körper zum Nullpunkt zurück. Die Geschwindigkeit ist denn negativ (Abstand zum Nullpunkt wird kleiner) und die Beschleunigung ist ebenfalls negativ. Die s(t)-Kurve ist durch die konstante Beschleunigung zum ersten Teil der Bewegung gespiegelt.

Zwischen der 4. und 5. Zeiteinheit bleibt die Geschwindigkeit konstant. Der Körper bewegt sich mit der in 4 erreichten Geschwindigkeit in der gleichen Richtung weiter und entfernt sich demnach auf der anderen Seite des Nullpunktes von diesem.

Es gilt:



In den folgenden 2,75 Zeiteinheiten wird die Geschwindigkeit wieder kleiner und der Körper bremst bis zum Stillstand ab.



An dieser Stelle bleibt der Körper stehen und bewegt sich wieder in Richtung Nullpunkt. Wie weit kommt er?



**948.** Der LKW rollt noch 174,4 m. Wäre er doppelt so schwer, würde er genau so weit rollen. Käme er mit der halben Geschwindigkeit an, würde er nur ein Viertel des Weges Ausrollen.

[vollständige Lösung](vlsgmech3.docx#m948)

**949.**

**a)**

Die Schwingungsdauer lässt sich aus der gegebenen Formel berechnen:

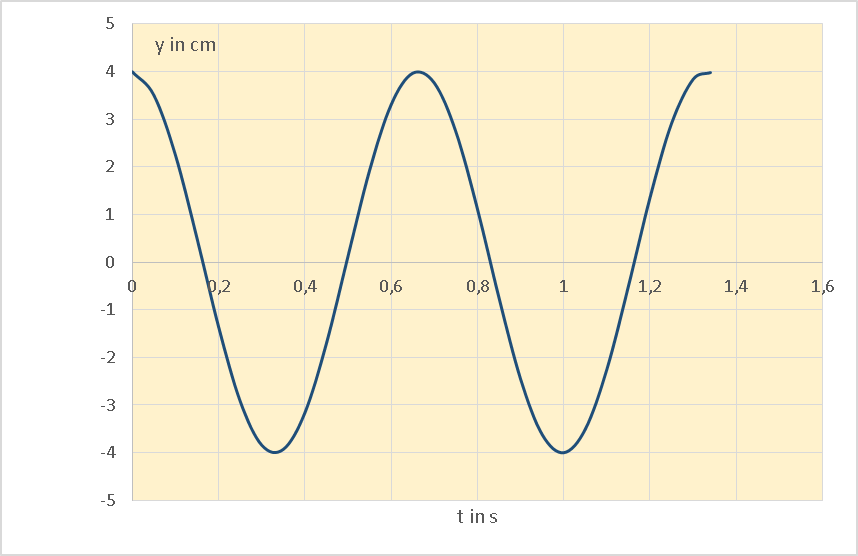
****

Daraus kann die Frequenz berechnet werden:



**b)** Eine Periode der Schwingung dauert 0,67 s. Da zwei Perioden dargestellt werden sollen, muss das Diagramm auf der Zeitachse bis 1,34 s gehen.

Das Reagenzglas wird um 4,0 cm ausgelenkt. Das ist die maximale Auslenkung in beide Richtungen. Das Diagramm beginnt bei der maximalen Auslenkung.



[Diagrammquelle](m949.xls)

**Achtung: für alle weiteren Berechnungen muss der Taschenrechner auf Radiant umgestellt werden!**

**c)** Die maximale Geschwindigkeit erreicht das Reagenzglas beim Nulldurchgang der Schwingung, also z.B. 0,17 s nach dem Loslassen.

Für die Geschwindigkeit einer Schwingung gilt:



Dabei ist t die Zeit ab einem Nulldurchgang. Man kann also für die Berechnung der Geschwindigkeit auch schreiben:



Der cos(0) ist 1. Damit erhält man



und eingesetzt



Die Beschleunigung berechnet sich mit



Die Beschleunigung ist an den Umkehrpunkten am größten, da sich dort die Geschwindigkeit am stärksten ändert. Das ist 0,17 s nach dem Nulldurchgang der Fall:



Der sin-Teil ergibt 1, so dass man schreiben kann:



**d)** Im gewählten Intervall sind die Geschwindigkeiten jeweils beim Nulldurchgang an größten. Das sind die Zeiten 0,15 s, 0,50s und 0,83 s

Die größten Beschleunigungen treten an den Umkehrpunkten auf. Die sind zu den Zeiten 0s, 0,33s, 0,67s und 1,0 s erreicht.

**e)** Wie oben angegeben berechnet sich die Beschleunigung mit



Beginnt die Bewegung zum Zeitpunkt 0 nicht im Nulldurchgang, muss die Verschiebung der Schwingung berücksichtigt werden. Es muss ein Phasenwinkel dazu gezählt werden:



Da die Schwingung eine viertel Periode vor dem Nulldurchgang startet, ist der Phasenwinkel  :



**f)** Wie aus dem Diagramm zu sehen ist, bewegt sich das Reagenzglas 0,55 s nach oben. das lässt sich auch rechnerisch bestätigen, in dem die Geschwindigkeit zu diesem Zeitpunkt berechnet wird. Auch hier muss der Phasenwinkel berücksichtigt werden:



Das positive Vorzeichen besagt, dass sich das reagenzglas vom Nullpunkt nach oben wegbewegt, die Abstände zum Nulldurchgang werden größer.

**950.**

"Wenn wir ihn mit Kraft waagerecht von uns wegwerfen, fliegt er ein Stück geradeaus, bevor er beginnt, zu fallen"   
  
Über die Kraft kann man streiten, die ist eigentlich beim Wurf nicht notwendig. Ein Wurf ist es, wenn der Körper eine Anfangsgeschwindigkeit hat. ABER: Beim waagerechten Wurf fliegt der Körper nicht erst ein Stück geradeaus und dann nach unten, wie es auch in der Zeichnung zu sehen ist. Das würde nämlich bedeuten, dass in diesem Bereich keine Schwerkraft wirkt. Er beginnt sofort mit der Bewegung nach unten.   
  
"Je steiler nach oben wir etwas abwerfen, desto kürzer ist die Strecke, die wir überwinden."   
  
Das gilt nur für Abwurfwinkel größer 45°. Bei 45° ist die Wurfweite am größten. Wird der Winkel kleiner als 45° wird die Wurfweite ebenfalls wieder kleiner.   
  
"Auch wenn wir etwas waagerecht von uns wegwerfen fällt es irgendwann zu Boden, weil die Geschwindigkeit, mit ...."   
  
Der Körper fällt nicht zu Boden, weil die Geschwindigkeit kleiner wird, sondern weil die ganze Zeit die Schwerkraft wirkt und der Körper deshalb eine Wurfparabel beschreibt. Wenn man die Luftreibung vernachlässigt, bleibt die Geschwindigkeit in waagerechter Richtung sogar gleich. (Newtons Trägheitsgesetz)   
  
"Die Fallbeschleunigung hängt mit der Geschwindigkeit der Erdumdrehung zusammen..."   
  
Die Fallbeschleunigung hängt hauptsächlich mit der Gravitation zusammen, also mit der Masse der Erde und dem Abstand vom Erdmittelpunkt. Die Erddrehung spielt dabei eine so kleine Rolle, dass sie wohl nicht erwähnt werden muss. Sicher meint der Autor die Zentrifugalkraft.   
  
"Generell gilt: Wenn wir besonders weit werfen wollen, sollten wir den Gegenstand in einem 45°-Winkel nach oben abwerfen."   
  
Das gilt nur, wenn der Start- und Zielpunkt in einer Höhe liegen und die Luftreibung vernachlässigt wird. Mit Luftreibung, und die tritt bei den im Artikel verwendeten Wurfkörpern stark auf, beschreibt der Körper eine ballistische Kurve. Das ist keine Parabel.   
Liegt der Auftreffpunkt unter dem Abschusspunkt, muss der Winkel kleiner als 45° gewählt werden, um eine maximale Weite zu erreichen.

Der Text erschien in der MAKE: 5/2016 als Leserbrief.

**951.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| geg.: |  | ges.: | h |
| Lösung: | Es ist die Tiefe oder Höhe der Wassersäule gesucht, in der der Druck 15 kPa beträgt.  Für den Schweredruck gilt:    und nach der gesuchten Größe h umgestellt:    Da alles in den Grundeinheiten gegeben ist, kann sofort eingesetzt werden: | | |
| Antwort: | Das Smartphone verträgt 1,5 m Wassertiefe. | | |

**952.**

|  |  |
| --- | --- |
| **a)** Der Raser fährt mit einer konstanten Geschwindigkeit. Die Polizei startet nach 5 s. danach steigt die Geschwindigkeit gleichmäßig bis 33,3 m/s, um danach auch unverändert zu bleiben. |  |

**b)** Der Raser wird nach 50s in 1250 m Entfernung von der Kontrolle eingeholt.

|  |  |
| --- | --- |
| **c)** Da der Raser mit konstanter Geschwindigkeit fährt, ist das s(t)-Diagramm eine ansteigende Gerade.  Für das Polizeiauto verläuft die Kurve die ersten 5 s auf der t-Achse, da ja noch kein Weg zurückgelegt wird.  Danach ist die Kurve bis zur 20. Sekunde eine Parabel und dann bis zum Treffpunkt ebenfalls eine Gerade.  Am Treffpunkt kreuzen sich die beiden Kurven. |  |

[vollständige Lösung](vlsgmech4.docx#m952)

|  |  |
| --- | --- |
| **953.** c) Das Teelicht geht unter.  Im Gegensatz zu Wasser und Eis verhält sich flüssiges und festes Wachs normal: die Dichte der Flüssigkeit ist kleiner als die Dichte des festen Wachses. Damit ist der Auftrieb zu klein, um das Teelicht auf dem flüssigen Wachs schwimmen zu lassen, es geht gnadenlos unter. |  |

**954.**

**a)** Der freie Fall, also der Fall ohne Luftreibung, ist eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung. Dafür gilt

 .

g ist die Fallbeschleunigung, also die Größe, um die sich die Geschwindigkeit des fallenden Körpers in einer Sekunde ändert. Damit kann die Zeit berechnet werden, bis der Körper die Geschwindigkeit von 11 m/s hat:



Die Fallhöhe lässt sich mit dem Zusammenhang zwischen Weg und Zeit der gleichmäßig beschleunigten Bewegung bestimmen:



**b)** Nun ist der Fall eines Regentropfens aber zum Glück kein freier Fall, sondern ein Fall unter Luftreibung. Je schneller der Tropfen wird, umso stärker spürt er den bremsenden Fahrtwind, also eine Kraft entgegen der Erdanziehungskraft.

Aus diesem Grund ist die Beschleunigung auch nur im aller ersten Moment de Fallens 9,81 m/s² groß und wird dann immer kleiner.

Das geht so lange, bis die Kraft des Luftwiderstandes genau so groß ist wie die Gewichtskraft des Tropfens. Dann herrscht nämlich ein Kräftegleichgewicht und der Tropfen beschleunigt nicht mehr (Newtonsches Trägheitsgesetz).

Wenn die Luftreibung nicht wäre, würde ein Regentropfen mit einer so großen Geschwindigkeit unten ankommen, dass er für uns lebensgefährlich wäre. Das spürt man z.B. bei Hagelkörnern.

Wie groß ist nun die Kraft? Man braucht die Gewichtskraft des Tropfens:



Genau so groß muss die Kraft der Luftreibung sein.

**c)** Auf dem Schirm werden die Regentropfen von der Geschwindigkeit 11,0 m/s auf 0 abgebremst. Das heißt, ihr Impuls ändert sich.

Eine Impulsänderung ist immer mit einem Kraftstoß verbunden:



Die Impulsänderung ist die Geschwindigkeitsänderung der gesamten Masse, di in der Zeit auf den Schirm prasselt:



Damit erhält man



und kann das nach der gesuchten Kraft umstellen:



Damit lässt sich die gesuchte Kraft bestimmen:



Der Schirm wird also mit 0,92 N nach unten gedrückt.

|  |  |
| --- | --- |
| **955**. Das Wasser macht einen schrägen Wurf nach unten. Allgemein gilt für die Bewegung des schrägen Wurfes    Laut Aufgabenstellung sind bekannt:    Da es nach unten geht und der Nullpunkt im Abwurfort liegt, sind der Winkel und die Weite nach unten negativ.  Gesucht ist die Strecke x.  Die Wurfparabel beschreibt den Zusammenhang von x und y für jeden Punkt der Bahn.  Die heißt dann |  |

Es gibt nun verschiedene Möglichkeiten, die unbekannte Größe x zu bestimmen.

Der SOLVER im grafischen Taschenrechner liefert 0,147 m. Die [EXCEL-Tabelle](m955.xls) liefert den gleichen Wert.

Wer will, kann die Gleichung auch zu Fuß nach x umstellen (quadratische Gleichung).

Das Wasser trifft also in einer Entfernung von 0,35 m von der Wand auf.

|  |
| --- |
| **956.** |
| Zum Beginn der Schwingung ist die potenzielle Energie maximal und die kinetische Energie Null. Der Pendelkörper hat seine größte Höhe und keine Geschwindigkeit.  Nach dem Loslassen schwingt er nach unten. Dadurch wird seine potenzielle Energie immer kleiner. Ist er ganz unten, ist die potenzielle Energie Null. Gleichzeitig wird beim Runterschwingen seine Geschwindigkeit immer größer und damit auch seine kinetische Energie.  Ist er ganz unten, ist seine gesamte potenzielle Energie in kinetische Energie umgewandelt wurden. Damit ist die kinetische Energie genau so groß wie die potenzielle Energie zum Beginn der Schwingung.  Da sich die Veränderung aller Größen einer Schwingung mit einer Sinusfunktion beschreiben lassen, ändern sich die Energien ebenfalls in einer Sinuskurve.  Die Gesamtenergie bleibt bei dem Vorgang immer gleich, da die Schwingung ungedämpft ist. Sie ist unverändert immer so groß wie die potenzielle Energie am Anfang.  Addiert man für einen beliebigen Zeitpunkt die potenzielle und die kinetische Energie, erhält man immer den gleichen Wert, nämlich die Gesamtenergie. |

**957.**

**1. Lösung (Rechnung)**

Die Bremszeit t1 ist genau so groß wie die Bremszeit t2.

Da die gleiche Bremskraft wirkt, ist auch die Bremsbeschleunigung die gleiche. Die Beschleunigung gibt aber an, um welchen Wert sich die Geschwindigkeit in einer bestimmten Zeit ändert.

Da sich in beiden Fällen die Geschwindigkeit um den gleichen Wert geändert hat, muss auch die Bremszeit gleich groß sein.

Der zurückgelegte Weg bei der 2. Bremsung ist deutlich größer als im 1. Fall.

Im zweiten Fall fährt das Auto mit der doppelten Geschwindigkeit und wird die gleiche Zeit wie im ersten Fall gebremst. Durch die höhere Geschwindigkeit legt es im jedem Moment des Bremsens mehr Weg zurück als im ersten Fall und hat demnach auch am Ende des Bremsvorganges einen größeren Weg zurückgelegt.

Um wieviel ist der Weg nun größer?

Der Weg bei einer beschleunigten Bewegung berechnet sich nach der Gleichung



Der hintere Teil ist der Weg, der ohne Beschleunigung zurückgelegt wird. Der vordere Teil ist die Änderung des Weges durch die Beschleunigung. Beim Bremsen wird dieser Teil negativ, der zurückgelegte Weg also kürzer.

Für die Bremswege gilt



Da ja die Zeiten und die Beschleunigungen gleich groß sind, brauche die nicht unterschieden zu werden.

Gesucht ist eine Beziehung zwischen den beiden Wegen, also.

Setzt man die Gleichungen ein, erhält man



Jetzt muss gezeigt werden, dass der rechte Teil 3 ergibt. Als erstes kann v2 ersetzt werden:



Dadurch wird aber nichts besser. Es liegt ein Quotient aus zwei Summen vor, im dem irgendwie gekürzt werden muss. Das ist Horror.

Aber: da die erste Bewegung bis zum Stillstand geht, kann man über den Ausdruck



eine hilfreiche Aussage machen. Es ist ja bekannt, dass



ist. E und A bezeichnen das Ende und den Anfang.

Für das Abbremsen bis auf 0 ist vE eben 0. Damit heißt die Gleichung für die Beschleunigung:



vA ist die Anfangsgeschwindigkeit und für den 1. Bremsvorgang v1.

Setzt man das nun ein, erhält man



Diesen Ausdruck kann man nun in das obige Ungetüm einsetzten und alles löst sich in wunderbarer Weise auf:



Zum Ausprobieren gibt es noch eine [Exceltabelle](m957.xls).

**2. Lösung (Diagramm)**

|  |  |
| --- | --- |
| Der erste Bremsvorgang lässt sich im v(t)-Diagramm darstellen. |  |
| Die Fläche unter der v(t)-Kurve entspricht dem zurückgelegten Weg. |  |
| Beim 2. Bremsvorgang fährt der Fahrer doppelt so schnell und bremst in der gleichen Zeit auf die Geschwindigkeit v1 ab. |  |
| Der dabei zurückgelegte Weg entspricht wieder der Fläche unter der v(t)-Kurve. Das ist einmal das Rechteck im unteren Teil des Diagramms. Diese Fläche ist doppelt so groß wie der Flächeninhalt s1. Dazu kommt der Flächeninhalt des Dreiecks im oberen Teil, der wieder so groß wie s1 ist. Damit ist der Flächeninhalt s2 dreimal so groß wie der Inhalt von s1. |  |

**958.** Die Durchschnittsgeschwindigkeit ist ganz allgemein der insgesamt zurückgelegte Weg durch die dafür benötigte Zeit, also



Der Weg besteht laut Aufgabenstellung aus zwei Teilen, die den Gesamtweg in zwei Hälften teilen:



Also erst einmal:



Über die Zeiten weiß man, dass sie sich aus dem Weg und der Geschwindigkeit ausdrücken lassen:



oder



Damit kann man für die Durchschnittsgeschwindigkeit schreiben:



Das sieht schlimmer aus, als es ist. Im Summanden unter dem Bruchstrich wird der Weg s ausgeklammert und weggekürzt:



Damit es schöner aussieht und der Doppelbruch verschwindet, schreibt man



Nun ist die Geschwindigkeit v1 nur halb so groß wie die Geschwindigkeit v2, also



Setzt man das noch ein, erhält man



Für den konkreten Fall ergibt sich eine Durchschnittsgeschwindigkeit von  .

**959.**

**a)** Der Schlittschuhläufer und der große Schneeball haben vor dem Wegwerfen keinen Impulse, der Gesamtimpuls ist also Null. Nach dem Wegwerfen ist der Gesamtimpuls der beiden Körper immer noch Null (Impulserhaltungssatz). Mit diesem Ansatz kann die Geschwindigkeit des Schlittschuhläufers berechnet werden.

Da er mit einer bestimmten Geschwindigkeit weggleitet, hat er kinetische Energie. Die wird beim Gleiten auf dem Eis durch Reibung in thermische Energie umgewandelt. Er bleibt stehen, wenn die gesamte kinetische Energie umgewandelt ist.

Geschwindigkeit:



In diese Gleichung kann man die Werte einsetzen:



Das negative Vorzeichen sagt etwas über die Richtung aus. Der Schlittschuhläufer bewegt sich in die entgegengesetzte Richtung des Balls.

Gleitweg:



Der Schlittschuhläufer gleitet nach dem Wurf noch 0,57 m zurück.

**b)** Der Ball macht einen waagerechten Wurf. Die Bahnkurve lässt sich mit



beschreiben.

y ist die Abwurfhöhe und x die gesuchte Weite, nach der die Gleichung umgestellt werden muss:

.

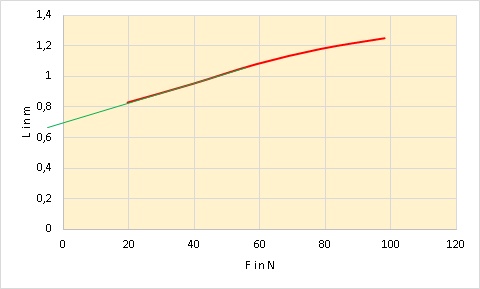


Da der Ball nach unten fällt, ist der y-Wert negativ.



Der Ball landet nach 2,3 m auf dem Eis.

**960. a)**



[Excel-Diagramm](m960.xlsx)

Das unbelastete Seil hat eine Länge von 0,7 m.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| m in kg | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| F in N | 19,62 | 39,24 | 58,86 | 78,48 | 98,1 |
| L in m | 0,83 | 0,95 | 1,08 | 1,18 | 1,25 |
| F/(L-L0) | 151 | 157 | 155 | 164 | 178 |

**c)** Das Hooksche Gesetz besagt, dass die Ausdehnung proportional zur wirkenden Kraft ist. Als Nachweis kann die Quotientengleichheit von Ausdehnung und Kraft genutzt werden. Zu beachten ist, dass in der Messwerttabelle die Länge des Seiles gegeben ist. Deshalb muss die Länge des unbelasteten Seiles abgezogen werden.

Es ist zu sehen, dass etwa bis 6 kg angehängte Masse der Quotient konstant bleibt. Bis dahin gilt also das Hooksche Gesetz.

**d)** Die Federkonstante ist der Mittelwert der drei berechneten Quotienten und 154 N/m groß.

**e)** Die Federkonstante gibt an, welche Kraft notwendig ist, um das Seil um 1 m zu dehnen. Für das Seil aus dem ersten Teil der Aufgabe sind das 154 N.

Wird das Seil verlängert, ist für die Ausdehnung um einen Meter weniger Kraft notwendig. Bei einem doppelt so langen Seil ist nur noch die halbe Kraft notwendig, um des einen Meter zu dehnen; die Federkonstante halbiert sich also.

Das neue Seit ist nun 12,0 m lang, also  so lang wie das erste Seil. damit wird die Federkonstante um den Wert 17,1 kleiner.

Da nun aber 12 gleiche Seile nebeneinander verwendet werden, wird die Federkonstant um den Wert 12 wieder größer. Wenn zwei gleiche Seile nebeneinander hängen und gedehnt werden, ist die Kraft für die gleiche Ausdehnung doppelt so groß wie bei einem einzelnen Seil.

Für das neue Seil ergibt sich also eine Veränderung der Federkonstanten um den Wert . Die Federkonstante des Bungee-Seiles ist  groß.

**f)** Im freien Fall gilt für den zurückgelegten Weg und der Flugzeit der Zusammenhang



Stellt man nach t um, erhält man die Flugzeit für die 12,0 m:



Die Geschwindigkeit ergibt sich mit



|  |  |
| --- | --- |
| **g)** Nach den 12,0 m wirken auf den Springer zwei Kräfte: die allgegenwärtige Gewichtskraft nach unten und die Kraft durch das Seil nach oben. Aus der vektoriellen Addition beider Kräfte ergibt sich die resultierende Kraft.  Zu Beginn ist die Seilkraft noch klein, wächst aber mit zunehmender Ausdehnung. In einem Punkt wird die Zugkraft des Seiles so groß sein wie die Gewichtskraft. An dieser Stelle ist die resultierende Kraft 0 und der Springer bewegt sich nach dem Trägheitsgesetz weiter. |  |

Damit wird die Zugkraft des Seils größer als die Gewichtskraft und bremst den Springer ab. Die Zugkraft ist am unteren Punkt des Sprunges am größten.

|  |  |
| --- | --- |
| **h)** Auf den ersten 12,0 m wirkt auf den Springer die konstante Gewichtskraft. Danach greift zusätzlich die entgegen gerichtete Seilkraft.  Am Punkt 40 m ist die Seilkraft nach dem Hookeschen Gesetz  groß.  Diese Kraft wird von der Gewichtskraft abgezogen und man erhält eine Kraft von 2234N bei einer Entfernung von 40 m vom Absprungpunkt. |  |

**i)** Bis zu diesem Punkt wirkt die Kraft, die der Springer spürt, nach unten. Damit wird der vom Absprung an nach unten beschleunigt, also immer schneller.

In diesem Punkt sind die Gewichtskraft und die Seilkraft gleich groß. Das heißt, auf den Springer wirkt in diesem Punkt keine Kraft. Danach ist die Seilkraft größer als die Gewichtskraft und damit die resultierende Kraft entgegen der Bewegungsrichtung orientiert. Von jetzt ab wird der Springer wieder langsamer.

**j)** Die Entfernung zum Absprungpunkt setzt sich aus zwei Längen zusammen. Zum ersten die 12,0 m, die der Springer frei fällt. Und als zweites die Länge des Seiles, die es gespannt werden muss, um genau die Gewichtskraft des Springers aufzubringen. Die kann nach dem Hookeschen Gesetz berechnet werden:



Damit ist dieser Punkt 19,3 m vom Absprungpunkt erreicht.

|  |  |
| --- | --- |
| **k)** Die Fläche unter der Kurve stellt die Arbeit dar, die durch die Kraft bei der Bewegung verrichtet wird.    Die Kraft wirkt auf der gesamten Strecke in Bewegungsrichtung und beschleunigt den Springer. Damit ist die Fläche unter der Kurve die Beschleunigungsarbeit.  Diese wird an dem Springer verrichtet, der zu Beginn des Sprungs keine kinetische Energie besaß. |  |

Damit entspricht die kinetische Energie des Springers im Punkt y1 genau der auf diesem Weg verrichteten Beschleunigungsarbeit.

Wie groß ist diese Fläche und demnach auch die kinetische Energie des Springers?

Die Fläche kann in ein Rechteck und in ein Dreieck zerlegt werden.

Flächeninhalt Rechteck:



Flächeninhalt Dreieck:



Damit ist die gesamte verrichtete Beschleunigungsarbeit



Mit Hilfe dieser Beschleunigungsarbeit, die ja wie gezeigt der kinetischen Energie des Springers entspricht, kann die Geschwindigkeit berechnet werden:



|  |  |
| --- | --- |
| **l)** Wenn der Springer am tiefsten Punkt angekommen ist, hat er keine kinetische Energie mehr, er ist ja in Ruhe. Wenn man den Nullpunkt des Bezugssystems ebenfalls in diesen Punkt legt, hat er dort auch keine potentielle Energie.  Am Startpunkt besitzt der Springer nur potentielle Energie. Die Höhe dieses Punkt über dem Nullpunkt entspricht genau der gesuchten Fallstrecke.  Wo ist die Energie vom Start geblieben, wenn er ganz unten weder potenzielle noch kinetische Energie hat? Sie steckt komplett in dem gespannten Seil. Es gilt also:    Die potenzielle Energie ist    ymax ist die gesuchte Fallstrecke.  Die Energie des gespannten Seils ist    yF ist die freie Fallstrecke, die von der Gesamtstrecke abgezogen werden muss. |  |

Damit erhält man



In dieser Gleichung ist nur noch die gesuchte Fallstrecke unbekannt.

Im SOLVER der GTR erhält man zwei Lösungen: 4,2m und 34,4m. Von diesen beiden Werten kommt nur der letzte in Betracht.

Ohne SOLVER sieht die Lösung so aus:

Die quadrierte Klammer ist eine binomische Formel:



Die beiden Terme, die die gesuchte Größe ymax in linearer Form enthalten, können noch zusammengefasst werden:



Das ist eine quadratische Gleichung, die in die Normalform gebracht wird:



Darauf wendet man die Lösungsvorschrift an und erhält:



In diese Gleichung kann man nun alles schön einsetzen:



Das ist nun keine Überraschung; der lange Rechenweg liefert das gleiche Ergebnis wie der GTR, nur eben viel mühsamer.

**961.** Die Lösung erfolgt nach dem Ausschlussverfahren.

a) Nicht möglich, das eine Geschwindigkeit von 1,5 c nicht möglich ist.

b) Nicht möglich, da das genau die Geschwindigkeit eines Teilchens ist.

c) Möglich. Es ist größer als die Geschwindigkeit eines Teilchens und kleiner als die obere Grenze, die Lichtgeschwindigkeit.

d) Nicht möglich, da ein Teilchen diese Geschwindigkeit nicht erreichen kann.

e) Nicht möglich, da das ja langsamer als die Geschwindigkeit eines Teilchens ist.

Will man die Relativgeschwindigkeit genau wissen, muss man die Gleichung für die Addition von Geschwindigkeiten benutzen:



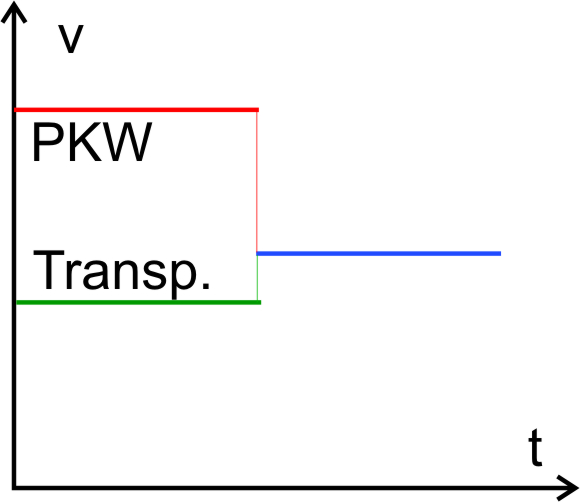
Das heißt, jedes Teilchen sieht das andere Teilchen mit 0,96c an sie vorbei fliegen.

**962.** Der Unfall lässt sich als unelastischer Stoß betrachten. Die gemeinsame Geschwindigkeit kann über den Impulserhaltungssatz berechnet werden. Die Summe der Impulse vor dem Stoß (Unfall) ist so groß wie der Impuls der beiden verkeilten Fahrzeuge.



Die Geschwindigkeit vpt ist die gesuchte Größe.





**963.**

e) 

Zum Beschleunigen des Fahrzeuges ist Beschleunigungsarbeit zu leisten. Dafür wird die Energie E benötigt.

Die Beschleunigungsarbeit berechnet sich nach

 , wenn die Beschleunigung aus dem Stand erfolgt. Wenn schon von einer vorhandenen Geschwindigkeit weiter beschleunigt werden soll, gilt



Ersetzt man in der letzten Gleichung die Endgeschwindigkeit v2 durch  , erhält man



In der Klammer bleibt dann



übrig. Und das ist drei Mal so viel wie für die Beschleunigung auf die erste Geschwindigkeit.

**964.**

Wenn das Elektron eine Spannung durchläuft, wird die elektrische Energie des Feldes in kinetische Energie des Elektrons umgewandelt. Die Energie des Teilchens ist dann



Die dazugehörige kinetische Energie ist



Setzt man beide Gleichungen gleich, kann man die Spannung berechnen, die für eine bestimmte Geschwindigkeit notwendig ist:



Bis hier hin ist es noch einfach. Aber die Masse des Elektrons wächst mit steigender Geschwindigkeit nach der Beziehung



Setzt man das ein, erhält man



Das kann nun berechnet werden und man erhält 272,5 kV.

Ohne den relativistischen Massezuwachs wären nur 163,5 kV notwendig.

Soll die Geschwindigkeit der Elektronen noch größer werden, steigt die notwendige Spannung immer stärker an. Die relativistische Masse des Elektrons nähert sich bei Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit einem unendlich großen Wert, so dass die Lichtgeschwindigkeit nie erreicht werden kann.

|  |
| --- |
| **965.** Gewichtskraft: 570N  Hangabtriebskraft: 230N  Normalkraft: 520N |
|  |

**966.**

a) Die Koordinate sy des Auftreffpunktes ist bekannt. Da sie in der Höhe der Nulllinie liegt, ist sy = 0m.

Die Koordinate sx kann bestimmt werden.

Dazu müssen die beiden Gleichungen zusammengeführt werden, da die Flugzeit in beiden Gleichungen als Unbekannte auftritt. Es muss also eine Gleichung gefunden werden, die einen Zusammenhang zwischen der Flugweite sx, der Flughöhe sy, der Anfangsgeschwindigkeit und dem Absprungwinkel darstellt.

Die erste Gleichung wird nach t umgestellt und diese dann in die zweite Gleichung eingesetzt:



Einsetzen und ordnen



In dieser Gleichung ist alles außer sx bekannt:



Mit dem SOLVER im GTR erhält man zwei Lösungen (quadratische Gleichung): -5,0m und 10,1 m.

Damit springt der Rallye-Fahrer 10,1 m weit.

Damit sind die Koordinaten

sx = 10,1 m

sy = 0 m

Die Flugzeit lässt sich über die oben umgestellte Gleichung bestimmen:



b) Man nimmt die oben hergeleitete Gleichung und berechnet mit gegebenen 6,0 m Flugweite (sx) die Anfangsgeschwindigkeit.



Als minimale Geschwindigkeit erhält man 14,9 m ⋅ s-1.

c) Die Haftreibung muss für eine Kurvenfahrt so groß sein, dass sie die Radialkraft aufbringt. damit gilt:



Damit die Kurven schnellstmöglich durchfahren werden können, v als möglichst groß ist, müssen der Haftreibungskoeffizient und der Radius groß sein.

Einen großen Radius erhält man durch Anschneiden der Kurven. Da bei einer Rallye mit Gegenverkehr nicht zu rechnen ist, sollte der Fahrer das ausgiebig machen.

Die Haftreibungszahl kann durch gute, der Witterung angepasste Reifen gesteigert werden.

**967.** Den zeitlichen Verlauf der Geschwindigkeit kann man aus dem Anstieg der s(t)-Kurve bestimmen. Je größer der Anstieg ist, umso höher ist die Geschwindigkeit.

Der Lauf beginnt mit einer kleinen Geschwindigkeit, steigert sich dann in der Mitte zu einem schnelleren Teil und fällt wird am Ende wieder langsamer.

Da es praktisch keinen Teil gibt, wo die s(t)-Kurve gerade verläuft, ändert sich die Geschwindigkeit während des gesamten Laufes.

**968.** Die Kraft, die durch die Erdanziehung hervorgerufen wird, ist in beiden Fällen gleich groß und berechnet sich mit



Damit erhält man



Von dieser Kraft wird die Auftriebskraft, die nach oben wirkt, abgezogen.

Nach Archimedes ist die Auftriebskraft so groß wie das Gewicht des Stoffes, den der Körper verdrängt. In beiden Fällen ist das die Luft.

Da 1000 kg Kork auf Grund der geringeren Dichte viel mehr Luft verdrängt, spürt es auch die größere Auftriebskraft. Um die Größe dieser Kraft zu bestimmen, müssen als erstes für beide Stoffe das Volumen berechnet werden. Das geht über die Dichte, da ja die Dichte die Masse je Volumen ist:



Für eine schöne Einheit rechnet man die Dichte vorher noch um. Es gilt



Damit können die beiden Volumen berechnet werden:



Der Bleiklotz verdrängt also 0,088m³ Luft und der Kork ganze 2m³ Luft. Da die Dichte bekannt ist, kann die jeweilige Masse der verdrängten Luft berechnet werden.



Die Auftriebskraft ist die Gewichtskraft der verdrängten Luft:



Damit verringert sich die Kraft des Bleies, mit der es von der Erde angezogen wird, um 1 N und die vom Kork um 23,5 N. Insgesamt ist der Korkklotz damit um 22,5 N leichter. Das entspricht etwa einer Masse von 2,3 kg,

Wenn man will, kann man die Kraftdifferenz auch in einer einzigen Formel berechnen.

Die gesuchte Größe ist die Kraft, mit der der Bleiklotz nach unten zieht minus der Kraft des Korkklotzes



Jede einzelne Kraft ist die Gewichtskraft minus der Auftriebskraft.

Für Blei heißt das



Die Gewichtskraft ist klar, das ist die Masse des Körpers mal dem Ortsfaktor.

Die Auftriebskraft entspricht der Gewichtskraft der Luft, die der Körper verdrängt (Archimedes).



Die Masse der Luft erhält man über das Volumen der Luft und der Luftdichte:



Die Dichte ist gegeben und das Volumen der Luft entspricht genau dem Volumen des Bleiklotzes



Damit kann die Auftriebskraft der Luft auf den Bleiklotz angegeben werden:



Für den Korkklotz wäre es genauso, nur die Dichte müsste geändert werden. Die Massen sollen ja laut Aufgabenstellung für beide Körper gleich sein, so dass man an Stelle von mB und mK einfach m schreiben kann.

Jetzt kann man alles in die Ausgangsgleichung einsetzen.



Das lässt sich noch weiter vereinfachen.



Setzt man in diese Gleichung die gegebenen Größen ein, erhält man wieder die 22,5 N.

**969.**

Der schwere Wagen kommt mit der Geschwindigkeit v1 an und bremst auf 2/3 dieser Geschwindigkeit ab. Das heißt es gilt:



Der zweite Wagen befindet sich vor dem Stoß in Ruhe, also ist v2 = 0.

Es ist zentraler, elastischer Stoß. Nach dem Impulserhaltungssatz ist die Geschwindigkeit des schweren Wagens



Da die Geschwindigkeit des 2. Wagens Null ist, fällt der zweite Summand über dem Bruchstrich weg.



Die Geschwindigkeit des ersten Wagens nach dem Stoß kann durch die Geschwindigkeit des Wagens vor dem Stoß ersetzt werden:



Damit kann die Geschwindigkeit des ersten Wagens herausgekürzt werden und es bleiben nur noch die beiden Massen in der Gleichung stehen.



Jetzt wird so umgestellt, dass man das Verhältnis der beiden Massen erhält:



Die beiden Summanden ohne Bruch davor werden so erweitert, dass man Addieren kann.



Damit muss der Wagen 1 fünf Mal so schwer sein wie der Wagen 2.

**970.**

**a)** Zwischen den beiden Kugeln findet ein elastischer Stoß statt. Dabei gilt natürlich der Impulserhaltungssatz: Die Summe der Impulse vor dem Stoß ist so groß wie die Summe der Impulse nach dem Stoß. Für die Geschwindigkeit der roten Kugel gilt:



Da die rote Kugel vor dem Stoß keine Geschwindigkeit hat (vr=0), fällt der erste Summand über dem Bruchstrich weg:



Die Kugelmassen kann man aus der gegebenen Aussage zusammenfassen. Die Gesamtmasse beider Kugeln ist:



Für die blaue Kugel gilt:



Setzt man das ein, erhält man



und gekürzt:



Die rote Kugel rollt als mit dem 1,5fachen der blauen Kugel los. Das ist 6 m/s.

Rollt sie die Kreisbahn nach oben, wandelt sie ihre kinetische Energie zum Teil in potenzielle Energie um, da sie ja angehoben wird.



Die gesuchte Geschwindigkeit steckt in der 2. kinetischen Energie.



Wie bei Energiebetrachtungen häufig fällt die Masse raus:



Die Höhe ist der doppelte Radius der Kreisbahn, also der Durchmesser von 1,0 m. Damit kann die gesuchte Geschwindigkeit berechnet werden:



Mit dieser Geschwindigkeit kommt die Kugel am oberen Rand der Kreisbahn an.

**b)** Die Bewegung ist ein waagerechter Wurf, die sich mit der Wurfparabel beschreiben lässt:



v ist die Geschwindigkeit der Kugel, y die Höhe des Abwurfs, also 1,0 m und x die gesuchte Weite. Das Minus sagt nur aus, dass die Kugel nach unten fällt.



Die Kugel fliegt 1,8 m zurück.

**971.**

**a)** Bei einer Feder gilt das Hookesche Gesetz: Die Ausdehnung ist proportional zur Kraft, die auf die Feder wirkt. Der Proportionalitätsfaktor ist die Federkonstante, die angibt, welche Kraft wirken muss, damit sich die Feder theoretisch um einen Meter dehnt.

Es gilt also:



**b)** Die Schwingungsdauer einer Feder berechnet sich mit



Da alles bekannt ist, kann die gesuchte Zeit berechnet werden:



**c)** Allgemein lässt sich eine Schwingung mit der Gleichung



beschreiben. Sie gibt den Abstand zur Gleichgewichtslage in Abhängigkeit von der Zeit an. Zum Zeitpunkt 0s ist der Abstand ebenfalls 0. Das heißt, die Schwingung beginnt in der Gleichgewichtslage.

Im konkreten Fall beginnt die Schwingung aber in einem Umkehrpunkt, so dass sich das Massestück zum Zeitpunkt 0s bereits im größten Abstand zur Gleichgewichtslage befindet.

Durch die Verschiebung um eine Viertel Schwingung wird zur Beschreibung die cos-Funktion benutzt:



Die allgemeine Gleichung für die Geschwindigkeit ist die erste Ableitung der y(t)-Gleichung nach der Zeit.



Man erhält dann



Der Wert für



wird gleich eingesetzt und man erhält:



**d)**

|  |
| --- |
|  |
|  |

**e)** Im Diagramm kann man schon abschätzen, dass der Schwinger etwa nach 0,4 s und nochmal nach etwa 0,8 s die Entfernung von 4 cm von der Ruhelage hat.

In der y(t)-Gleichung wird y=4 cm gesetzt und t berechnet:



Den Wert in der Klammer kann man berechnen. Man erhält 1,98. (Achtung: Rechner auf rad umstellen)

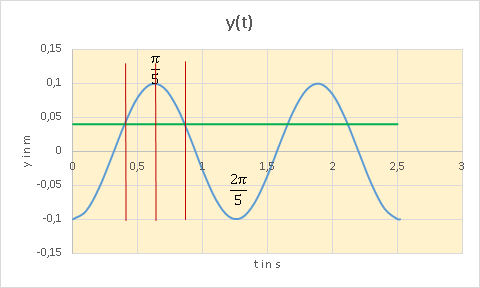
Es gilt also



Das ist die erste Zeit, die mit der aus dem Diagramm geschätzten gut übereinstimmt.

Wie erhält man nun die zweite Zeit?

Dafür kann man den Wert zu Fuß über die Betrachtung der trigonometrischen Funktion berechnen oder den grafischen Taschenrechner zu Hilfe nehmen.



Die grüne Kurve stellt den Abstand von 4 cm von der Ruhelage dar. Die Schnittpunkte der grünen Linie und der blauen Schwingungskurve sind die Stellen, wo der Schwinger den Abstand 4 cm von der Ruhelage hat.

Über die erste rote Senkrechte kann man die erste Zeit ablesen, wo der Schwinger die gefragte Entfernung hat. Das sind die 0,396 s.

Eine komplette Schwingung dauert  Durch die Kreisfrequenz von 5s-1 ist demnach eine Schwingung in diesem konkreten Fall  lang, die halbe Schwingung dann nur  oder 0,628 s.

Die beiden gesuchten Zeiten liegen symmetrisch zu der halben Schwingungsdauer. Die erste Zeit von 0,396 s liegt demnach



vor der halben Schwingungsdauer. Die zweite Zeit muss also bei



liegen.

Im grafischen Taschenrechner kann man die Funktion der Schwingung (y1) und die Funktion des gesuchten Abstands (y2) grafisch darstellen und über Intersection die ersten beiden Schnittpunkte bestimmen lassen.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Die gesuchten Geschwindigkeiten erhält man über die bereits hergeleitete Geschwindigkeitsgleichung:



Für t setzt man die beiden Zeiten ein und erhält die jeweilige Geschwindigkeit:



v1 ist die Geschwindigkeit für den Schwinger beim Wegbewegen von der Gleichgewichtslage und v2 beim Hinbewegen.

**f)** Die maximale Kraft wirkt auf die Feder im unteren Punkt. Dort spürt sie die Gewichtskraft des angehängten Massestücks und noch die Kraft, mit der sie zum Start nach unten gezogen wurde. Mit dem Hookeschen Gesetz kann diese Kraft berechnet werden:



Die kleinste Kraft wirkt im oberen Punkt. Dort ist die Feder 10 cm kürzer als die Länge im Gleichgewicht:



**g)** Wird an eine Feder eine weitere Feder gehängt, wird die Federkonstante des gesamten Systems kleiner. Durch die zweite Feder ist eine kleinere Kraft notwendig, um die Feder einen Meter länger werden zu lassen, da sich ja die ursprüngliche Feder und gleichzeitig die neue Feder ausdehnen.

Die neue Federkonstante berechnet sich mit



D2 ist die gesuchte Größe.

Die Schwingungsdauer dieses Systems ist dann



Da die Schwingungsdauer gegeben ist, kann die Federkonstante des Systems berechnet werden:



Da D1 bekannt ist, kann D2 damit berechnet werden:



**972. a)** Da sich der Erreger mit einer Frequenz von 10 Hz bewegt, also 10 Schwingungen je Sekunde macht, beträgt die Schwingungsdauer 0,1 s.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle berechnet sich mit



Man stellt nach der Wellenlänge um und kann diese berechnen:



**b)** Da sich die Welle gleichförmig mit der Geschwindigkeit 0,5 m/s ausbreitet, also in einer Sekunde einen halben Meter zurücklegt, braucht sie für 20 cm=0,2 m nur 0,4 s.



**c)** Welchen Weg hat die vorderste Wellenfront in den 0,18 s zurückgelegt?



Damit muss die Welle von 0cm bis 9 cm gezeichnet werden.

Wie groß ist die Elongation des ersten Schwingers zur Zeit 0,18 s. Er bewegt sich nach der Schwingungsgleichung



Da alle Größen bekannt sind, kann die Elongation berechnet werden (Taschenrechner auf rad umstellen!):



Der erste Schwinger befindet sich 9,5 cm unterhalb der Gleichgewichtslage des ersten Schwingers.

Ist er auf dem Weg nach oben oder nach unten?

Mit der Frequenz von 0,1 s benötigt der Schwinger von der Gleichgewichtslage bis einem Umkehrpunkt ein Viertel der Zeit, also 0,025 s. Er startet in der Gleichgewichtslage (0) nach oben und erreicht den oberen Umkehrpunkt nach 0,025 s. Die weiteren Orte in 0,025 s-Abstand sind dann

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Zeit | 0,05s | 0,075s | 0,1 | 0,125 | 0,15 | 0,175 | 0,2 |
| Ort | 0 | unten | 0 | oben | 0 | unten | 0 |

Zum Zeitpunkt 0,18 s befindet sich der Schwinger also kurz nach dem unteren Umkehrpunkt auf dem Weg nach oben. Das erste untere Maximum liegt dann also in Richtung x-Achse.

Zu welcher Zeit ist dieses Maximum erreicht?

Zu diesem Zeitpunkt ist die Elongation so groß wie die Amplitude. Die Wellengleichung heißt



Setzt man die bekannten Größen ein, erhält man

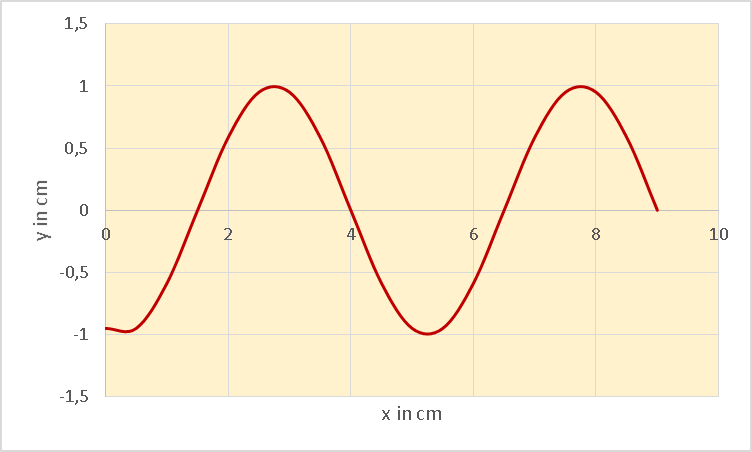


Mit Hilfe eines Rechners (Solver) kann diese Gleichung gelöst werden und liefert für x die Werte 0,25 cm und 5,25 cm. Dort liegen für das Wellenbild die negativen Amplituden.

Setzt man für y den Wert 10cm ein, erhält man 2,75cm und 7,75 cm für die Amplituden im positiven Bereich.

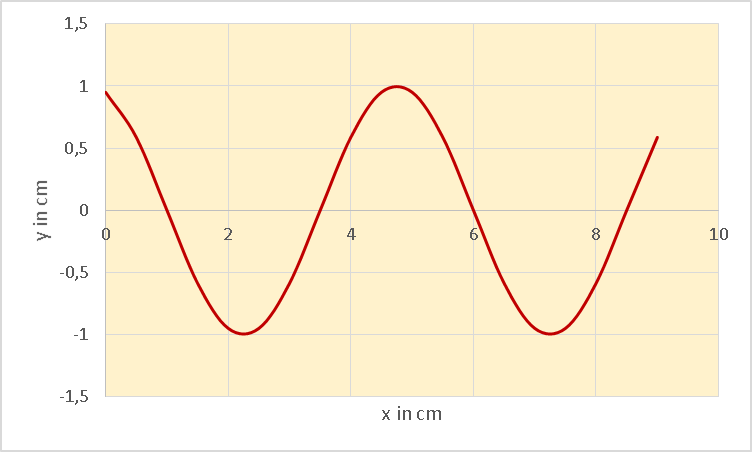
Die Nullstellen lassen sich ebenfalls bestimmen, indem man den y-Wert auf 0 setzt. man erhält 1,5 cm, 4,0 cm, 6,5 cm und 9,0 cm.

Damit lässt sich das Bild der Welle zum gesuchten Zeitpunkt zeichnen:



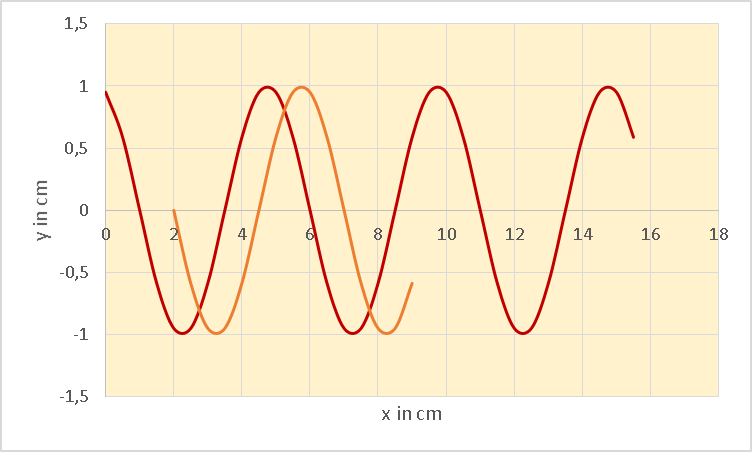
[Diagrammquelle](m972.xlsx)

**d)** Als erstes zeichnet man das Bild der Welle zum Zeitpunkt 0,32 s:

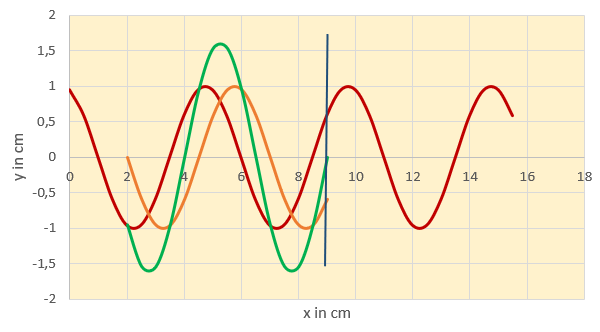


Die Welle würde ohne Hinternis weiterlaufen, wird aber mit einem Phhasensprung reflektiert.

Der blaue Strich ist das Hindernis. Die rote Kurve ist der weitere verlauf der Welle ohne Hinternis, der orange Verlauf ist die am Hinternis reflektierte und phasengesprungene Welle, die zurückläuft.



Die hinlaufende Welle (rot) interferiert mit der rücklaufenden Welle (orange) und ergeben zusammen die resultierende Welle (grün)



**973.**

**a)** Man muss als erstes den Koordinatenursprung für das Bezugssystem in eines der beiden Fahrzeuge legen. Im Prinzip ist das egal, von welchem Fahrzeug man die Bewegungen betrachtet. Es soll in diesem Fall der Sportwagen sein.

In dieser Betrachtung bewegt sich der Sportwagen mit 40 km ⋅ h-1 auf den Transporter zu. Er legt mit dieser Differenzgeschwindigkeit in 2,0 s



zurück. Damit beträgt der Abstand nach 2,0 s nur noch



Für die gesucht Zeit, nach dem der Abstand nur noch 500 m beträgt, wird die Zeit berechnet, die der Sportwagen mit der Differenzgeschwindigkeit für 50 m benötigt:



Nach diesen 4,5 s beträgt der Abstand nur noch 500 m.

|  |  |
| --- | --- |
| **b)** Der Sportwagen fährt mit einer gleichbleibenden Geschwindigkeit. Damit stellt er im Diagramm eine Gerade, die im Koordinatenursprung beginnt, dar.  Der Transporter fährt vor dem Sportwagen, beginnt damit zum Zeitpunkt 0 bei einer bestimmten Entfernung vom Koordinatenursprung.  Er fährt bis zu dem Berg mit einer konstanten, aber kleineren Geschwindigkeit als der Sportwagen. Im Diagramm stellt er eine Geraden mit einem kleineren Anstieg dar.  Die Verringerung der Geschwindigkeit ist eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung (negativ). |  |

Diese Bewegung ist durch die quadratische Beziehung zwischen s und t gekennzeichnet: s~t². Damit ist dieser Kurvenabschnitt eine nach unten geöffnete Parabel.

Nachdem die kleinere Geschwindigkeit erreicht wurde, bewegt sich der Transporter wieder mit einer gleichbleibenden Geschwindigkeit weiter. Das heißt, die Kurve wird wieder zu einer Geraden mit einem noch kleineren Anstieg.

Dort, wo sich die beiden Kurven kreuzen, überholt der Sportwagen den Transporter.

Zu welchem Zeitpunkt erfolgt das?

Für den Sportwagen gilt für die gesamte Bewegung



wobei s0=0 ist, da ja der Koordinatenursprung beim Sportwagen zu Beginn der Betrachtung liegt.

Der Weg des Transporters setzt sich aus drei Teilwegen bis zum Treffpunkt zusammen:

Der gleichförmige Teil bis zum Berg, das Abbremsen am Berg und der Weg mit der kleinen Geschwindigkeit bis zum Treffpunkt der beiden Fahrzeuge.

Für den ersten Teil benötigt er 13,5 s und hat jetzt noch 400 m Vorsprung vor dem Sportwagen.

Dann wird der Transporter auf der ansteigenden Autobahn abgebremst. Wie lange dauert dieser Vorgang?

Man braucht die Zeit, die das Fahrzeug auf  Länge braucht, wenn es dabei von  auf  abbremst.

Für diese Bewegung gilt

 .

Der zweite Teil der Gleichung gibt den Weg vor, wenn das Fahrzeug nicht abbremsen würde. Der erste Teil ist auf Grund des Abbremsens negativ und verkleinert diesen Weg.

Die Beschleunigung ist nicht bekannt, lässt sich aber über



angeben.

Setzt man die Beschleunigung in die Weggleichung ein, erhält man



In dieser Gleichung ist nur noch die Zeit als unbekannte Größe enthalten, so dass sie berechnet werden kann:



Das ist die Zeit, die der Transporter auf der ansteigenden Strecke fährt. Dabei legt er, wie angegeben, 120 m zurück.

Der Sportwagen fährt in dieser Zeit immer noch gleichförmig



Damit verringert sich der Abstand zwischen beiden Fahrzeugen weiter. Am Anfang der Steigung hatten sie noch 400 m Abstand. Da der Sportwagen während der Steigung 59,4m weiter fährt als der Transporter, verringert sich der Abstand genau um diesen Wert. Oben sind sie also nur noch 340,6 m, die die beiden Fahrzeuge trennen.

Für die Zeit, die nun bis zum Überholen benötigt wird, braucht man nur noch die Differenzgeschwindigkeit beider Fahrzeuge zu betrachten. die beträgt  . Mit dieser Geschwindigkeit braucht der Sportwagen



um den Vorsprung des Transporters aufzuholen.

Damit kann nun die gesuchte Zeit berechnet werden, bis der Sportwagen den Transporter vom Beginn der Betrachtung benötigt hat.



**974.**

|  |  |
| --- | --- |
| Neben der Gewichtskraft greift auf den Pendelkörper die Zugkraft durch das Seil an. Sie stellt die Radialkraft dar, die den Körper auf einer Kreisbahn hält. Beide zusammen bilden die Rückstellkraft, die tangential zur Ruhelage zeigt. |  |
|  | |
| Die Bewegung beginnt bei der Geschwindigkeit 0. Das ist bei allen drei Diagrammen gleich.  Ursache für den Anstieg der Geschwindigkeit ist die zurücktreibende Kraft, die eine Beschleunigung hervorruft. Diese Kraft wird immer kleiner, je näher der Pendelkörper der Gleichgewichtslage kommt. Damit wird aber auch die Beschleunigung kleiner und damit auch die Geschwindigkeitsänderung je Zeitabschnitt.  Das ist nur im ersten Diagramm dargestellt. Der Anstieg der Kurve entspricht der Beschleunigung.  Die Beschleunigung ist im unteren Punkt, also am Ende des betrachteten Zeitabschnitts gleich null, da dort keine rücktreibende Kraft mehr wirkt. | |

**975.**

Das Pendel war ursprünglich 5 cm lang und wurde dann auf 7,2 cm verlängert.

[vollständige Lösung](vlsgmech4.docx#m975)

**976.**

|  |  |
| --- | --- |
| **a)** Die Strecke, um die die Feder zusammengedrückt wird, lässt sich über eine Energiebetrachtung berechnen  Die Kugel besitzt in ihrer Höhe eine bestimmte potenzielle Energie. Die hat sie, da sie ja irgendwie da hoch gehoben wurde, also an ihr Hubarbeit verrichtet wurde.  Da sie potenzielle Energie besitzt, ist sie in der Lage, Arbeit zu verrichten. Sie wird die Feder zusammendrücken. Dadurch besitzt dann die Feder Spannenergie. Die potenzielle Energie der Kugel wird komplett in Federspannenergie umgewandelt.  Was dazwischen passiert, ist uninteressant. |  |

Formelmäßig heißt das also:



Mehr nicht.

Jetzt werden die Formelzeichen mit Leben gefüllt. Die potenzielle Energie hängt von der Masse und der Höhe ab.

Die Federspannenergie ist abhängig von der Federkonstanten und der Strecke, um die die Feder eingedrückt wird. Diese Strecke ist auch die gesuchte Größe.



Die Höhe h setzt sich aus der Entfernung zwischen Kugel und Feder vor dem Fall (20 cm) und der Strecke s zusammen. s ist die Strecke, um die die Feder eingedrückt wird.



In dieser Gleichung ist nur noch s eine unbekannte Größe, die damit bestimmt werden kann. Die Gleichung wird nach s umgestellt:



Die gesuchte Größe taucht in linearer Form (s) und in quadratischer Form (s²) auf. Das ist eine quadratische Gleichung und wird dem entsprechend behandelt.

Als erstes wird die Normalform aufgestellt



Die 40 cm werden in die übliche Einheit m umgewandelt und die quadratische Gleichung gelöst:



Das zweite Ergebnis ist physikalisch nicht sinnvoll.

Die Feder wird also um 19,6 cm eingedrückt.

**b)** Die Schwingungsdauer eines Federschwingers berechnet sich mit



Damit erhält man



Die gesuchte Frequenz ist der Kehrwert der Schwingungsdauer:



**c)** Die Amplitude ist die maximale Entfernung der Kugel von der Ruhelage. Das ist die Stelle, wo sich die Kugel befinden würde, wenn die Feder nicht schwingt.

Wie weit wird die Feder mit einfach nur der darauf liegenden Feder eingedrückt?

Nach dem Hookschen Gesetz gilt:



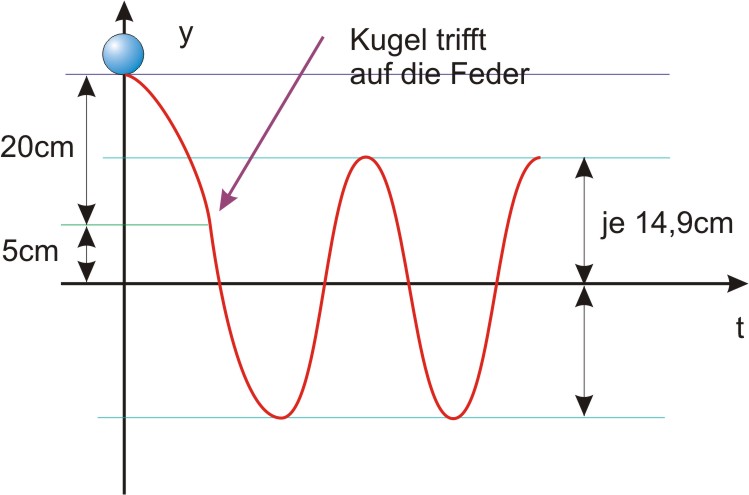
D ist die gegebene Federkonstante, F die wirkende Kraft durch die Kugel und s die Strecke, um die die Feder eingedrückt wird.



Das ist die Stelle, an der auf die Kugel im Ruhezustand keine Kraft mehr wirkt. Die rücktreibende Kraft der Feder ist genau so groß wie die Gewichtskraft.

Die Feder führt eine harmonische Schwingung aus. Sie wurde bis 19,6 cm eingedrückt. Die Gleichgewichts- oder Ruhelage ist bei einer Eindrücktiefe von 5,0 cm. Damit ist die Amplitude der Schwingung der Feder zusammen mit der Kugel 14,6 cm.

**d)**



**977.**

Es wird ein unelastischer Stoß beschrieben, da das Auto und das Hindernis nach dem Stoß verbunden sind und gemeinsam zum Stehen kommen.

Bei einem unelastischen Stoß gilt der Impulserhaltungssatz. Der Energieerhaltungssatz der Mechanik kann nicht verwendet werden, da bei dem Stoß ein Teil der mechanischen Energie in Wärme durch Verformung umgewandelt wird.

Der Impulserhaltungssatz besagt, dass die Summe der Impulse vor dem Stoß so groß ist wie die Summe der Impulse nach dem Stoß.

Vor dem Stoß ist der Gegenstand, auf den das Auto draufknallt, in Ruhe. Er hat keinen Impuls.

Damit ist der Impuls der beiden verbundenen Körper genau so groß wie der Impuls des Autos vor dem Stoß:



Der Impuls des Autos vor dem Stoß ist Automasse mal Geschwindigkeit des Autos:



Die Geschwindigkeit des Autos ist die gesuchte Größe.

Der Impuls des Gesamten Körpers nach dem Stoß berechnet sich ebenso. Die Masse ist jetzt aber die Masse des Autos plus die Masse des Körpers, gegen den das Auto fährt.

Die beiden Massen sind gegeben, also kein Problem.

Aber die Geschwindigkeit des gesamten Körpers ist unbekannt und die ist für die Lösung der Aufgabe zwingend notwendig.

Zum Glück weiß man, wie weit Auto und Körper nach dem Unfall gerutscht sind, nämlich 7 m.

Damit lässt sich die Geschwindigkeit berechnen, die die beiden Körper direkt nach dem Zusammenstoß hatten.

Sie besaßen direkt nach der Kollision kinetische Energie. Die wurde über Reibungsarbeit komplett in thermische Energie umgewandelt.



Die kinetische Energie der beiden Körper ist



Die Geschwindigkeit ist die für die Lösung der Aufgabe benötigte Geschwindigkeit.

Die Reibungsarbeit ist ganz allgemein Kraft mal Weg:



s sind die gegeben 7,0 m. Die Kraft ist die Reibungskraft und die errechnet sich aus der Normalkraft und dem Reibungskoeffizienten. Der ist für das Auto 0 und für den Gegenstand 0,2. Deswegen kann das Auto aus dieser Betrachtung weggelassen werden.

Die Normalkraft ist die Kraft, mit der der Gegenstand senkrecht auf den Untergrund drückt. Da die Straße nicht geneigt ist, ist die Normalkraft genauso groß wie die Gewichtskraft.



Damit lässt sich die Geschwindigkeit der beiden Körper nach dem Stoß berechnen.



Mit dieser Geschwindigkeit kann nun die Geschwindigkeit des Autos berechnet werden:



**978.**

Wenn der Holzwürfel im Wasser schwimmt, bewegt er sich nicht nach unten und auch nicht nach oben; er ist in Ruhe.

Nach dem Trägheitsgesetz ist ein Körper dann in Ruhe, wenn die Summe aller Kräfte, die auf ihn wirken, Null ist. Er spürt also keine Kraft mehr, da sich alle wirkenden Kräfte aufheben.

Welche Kräfte wirken auf den Würfel?

Als erstes natürlich die Gewichtskraft nach unten. Die ist immer da und lässt sich nicht verändern. Sie hängt von der Masse des Holzwürfels und der Fallbeschleunigung (Ortsfaktor) ab.



Als zweites wirkt die Auftriebskraft des Wassers nach oben. Sie ist nach Archimedes genau so groß wie die Gewichtskraft des verdrängten Wassers. Die hängt von der Dichte des Wassers und der Masse des Wassers ab, dass der Holzwürfel verdrängt.

Die Wassermasse wiederum wird von der Eintauchtiefe des Würfels festgelegt. Taucht er tiefer ein, wird diese Wassermasse größer.

Er taucht nun genau so weit ein, dass die Auftriebskraft genau so groß ist wie die Gewichtskraft des Würfels. Das liefert die Ausgangsformel für die Berechnung der gesuchten Größe:



Setzt man die beschriebenen Abhängigkeiten ein, erhält man



Der Würfel muss so tief eintauchen, dass die Masse des Wassers, das er verdrängt, so groß ist wie seine eigene Masse.

Nun ist aber über die Masse des Würfels keine Aussage gemacht worden. Wir kennen aber seine Abmessungen und seine Dichte.

Es gilt:



Die Holzmasse ist das Produkt aus Holzdichte und Volumen des Würfels.

Das Volumen kann aus der bekannten Seitenlänge berechnet werden.



Damit erhält die Gleichung über die Gleichheit der Massen ein neues Aussehen:



Wie groß ist nun die Masse des verdrängten Wassers? Nach auch Dichte mal Volumen.



Das Volumen des verdrängten Wassers ist ein Quader. Dessen Grundfläche entspricht der Fläche der unteren Seite des Würfels. Die Höhe des Quaders entspricht der Eintauchtiefe und damit der gesuchten Größe.



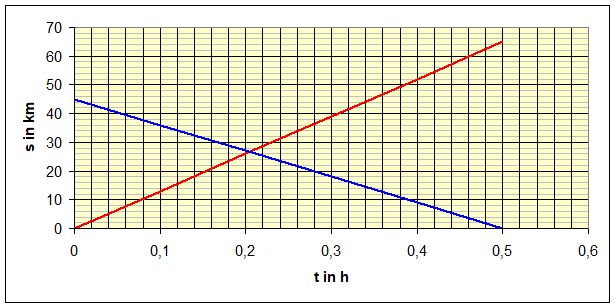
Diese Gleichung wird nach x umgestellt:



Der Holzwürfel taucht also 7,2 cm in das Wasser ein und schaut 4,8 cm heraus.

**979.**

**a)**



Der Startpunkt des Koordinatensystems liegt in Naumburg. Der ICE ist rot und der Regionalzug blau dargestellt.

Die beiden Züge treffen sich nach etwa 0,2 h (12 min) in einer Entfernung von etwa 27 km von Naumburg.

**b)** Für den Treffpunkt der beiden Züge gilt:

Beide sind seit ihrem Start die gleiche Zeit unterwegs:



Die Summe der beiden Strecken, die beide Züge zurückgelegt haben, entspricht genau der Entfernung zwischen Jena und Naumburg:



Beide Züge bewegen sich mit konstanter Geschwindigkeit. Damit gilt für beide



oder konkret:



Beide Gleichungen werden nach s umgestellt:



Wie oben geschrieben gelten für die beiden Wege



Da die beiden Zeiten ja gleich groß sind, wird daraus



Damit kann diese Zeit berechnet werden:



Das ist die gleiche Zeit, die mit Hilfe des Diagramms bestimmt wurde.

Die Entfernung von Naumburg kann nun auch berechnet werden. Der ICE startet in Naumburg und fährt während der 0,2 h



Auch diese Strecke stimmt mit dem Ergebnis aus dem Diagramm unter Berücksichtigung der Ableseungenauigkeit überein.

**980.**

b) Etwa gleichzeitig mit dem Hühnerei.

Die Auftriebskraft ist genau so groß wie die Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit. Damit spürt das Wachtelei eine deutlich kleinere Auftriebskraft als das Hühnerei.

Jedes Ei steigt im Salzwasser auf, wenn die Auftriebskraft etwas größer ist als die Gewichtskraft. Das Wachtelei hat eine deutlich kleinere Gewichtskraft als das Hühnerei.

Um eine Aussage über das Aufsteigen zu machen, muss man also die Gewichtskraft des Eies mit der Auftriebskraft vergleichen.

Die Gewichtskraft ist



und die Auftriebskraft



Ersetzt man in der Gleichung für die Gewichtskraft die Masse durch Dichte und Volumen, erhält man



Wie man sieht, steht in beiden Gleichungen das Volumen: In der Auftriebsgleichung das Volumen der verdrängten Flüssigkeit und in der Gewichtskraftgleichung das Volumen des Eies.

Beide sind aber gleich groß, das Ei genau so viel Wasser verdrängt, wie es selber gleich groß ist.

Damit spielt nur noch die Dichte des Eies eine Rolle.

Die Eier des Huhnes und der Wachtel sind sehr ähnlich. Beide gehören ja auch zur Ordnung der Hühnervögel. Die Dichte der beiden Eier ist fast gleich und damit steigen beide Eier etwa zur gleichen Zeit nach oben.

Bei mehreren Versuchen wurden nur geringe zeitliche Unterschiede festgestellt.

|  |  |
| --- | --- |
| **981. 0-2:** konstante, positive Geschwindigkeit  **2-3** Der Körper bewegt sich nicht, Geschwindigkeit 0  **3-4** konstante, negative Geschwindigkeit, Betrag ist doppelt so groß wie bei 0-2  **b)** Kreuzen Sie von den folgenden Aussagen zu den Diagrammen nur die richtigen an.  ⌧ Der Körper kommt an den Startpunkt der Bewegung zurück.  🞏 Der Körper bewegt sich vom Zeitpunkt 0 bis zum Zeitpunkt 1 rückwärts.  ⌧ Der Körper bewegt sich erst langsam, steht dann eine Zeit und bewegt sich zum Schluss schnell.  ⌧ Wenn sich der Körper zurück bewegt, ist seine Geschwindigkeit negativ. |  |

**982.**

d) Das ist nicht möglich.

Begründung: Der Autofahrer fährt 30 km. Wenn er sie mit 100 km/h durchfährt, bräuchte er dazu 0,3 h.



Wenn er für die ersten 10 km genau 0,1 h braucht, benötigt er für die Baustellenstrecke die doppelte Zeit, da er ja nur halb so schnell fährt.

Damit ist er am Ende der Baustelle schon 0,3 h unterwegs.

Das wäre aber die Zeit, die er für die gesamte Strecke benötigt. Er hat also keine Chance, die gewünschte Durchschnittsgeschwindigkeit zu erreichen.

**983.** Die Gleichung für die resultierende Schwingung ergibt sich aus der Summe der beiden Elongationen:



Die beiden Schwingungsgleichungen werden eingesetzt und etwas Mathematik betrieben:



Es gilt



Damit wird aus dem hinteren Teil der Klammer:



Der Cosinus von  ist 0, so dass der vordere Teil auch 0 ergibt.

Der Sinus von  ist 1, so dass der hintere Teil  ergibt.

Damit ist



Setzt man das in die resultierende Schwingungsgleichung ein, erhält man



Das heißt, an dieser Stelle ist die Elongation zu allen Zeiten 0. Bei der Überlagerung löschen sich die beiden Schwingungen aus.

**984.**

Wie lange braucht der erste Stein, um aus dieser Höhe bis zum Fluss zu fallen? Es ist ein einfacher freier Fall und es gilt:



das Minus verwirrt etwas, bedeutet aber nicht anderes, als das der Nullpunkt des Bezugssystems am Abwurfpunkt des Steines liegt. Damit wird der zurückgelegte Weg nach unten auch negativ.



Für den Wurf nach unten gilt:



t ist die Zeit, die ein Körper braucht, um mit der Anfangsgeschwindigkeit v0 den Weg s zurückzulegen. Da die Anfangsgeschwindigkeit und der Weg bekannt sind, kann die Flugzeit berechnet werden. Die Gleichung stellt eine quadratische Funktion dar und wird dem entsprechend behandelt.

Der konventionelle Weg geht über die Lösungsformel. Einfacher ist der Einsatz eines Solver.

Der konventionelle Weg sieht so aus:



Nach dem Ordnen hat man die Normalform:



Mit der Lösungsformel erhält man die gesuchte Zeit:



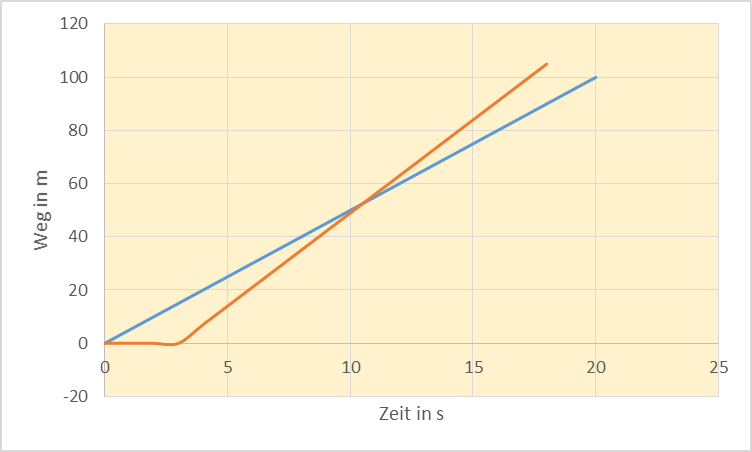
Beim Einsetzten muss man auf die Vorzeichen achten: Der Weg ist negativ!



Die zweite Zeit ist negativ und physikalisch nicht so sinnvoll.

Das Ergebnis ist die Flugzeit für den zweiten Stein. Der erste brauchte ja 2,11 s, um unten anzukommen. Damit beide unten ankommen, muss der zweite Stein 0,77 s nach dem ersten geworfen werden.

**985.**



Mannschaft B gewinnt. Die orange Kurve für die Gewinnermannschaft verläuft auf Grund der höheren Geschwindigkeit steiler. Etwa 17 s nachdem der Läufer A gestartet ist, erreicht der Läufer B das Ziel. Laüfer A wird nach 10 s überholt und kommt erst nach 20 s am Ziel an.

**986.**

Mit welcher Geschwindigkeit muss das Wasser aus dem Rohr fließen, damit in einer Stunde die geforderten 150m³ gefüllt werden?

Da das Wasser mit konstanter Geschwindigkeit fließt, gilt ganz allgemein:



t ist die Zeit und in diesem Fall 1 Stunde groß. Eine Stunde sind 60 min oder 3600 s. Damit hat man



Was ist mit der Strecke s gemeint? Das ist die Länge der Wasserleitung, in der die 150m³ Wasser enthalten sind. Die müssen ja in der Stunde herausfließen.

Also ist die Länge der Wasserleitung gesucht, in der das gegebene Volumen enthalten ist.

Das Volumen eines Zylinders ist Grundfläche mal Höhe. Die Höhe ist genau die gesuchte Strecke. Die Grundfläche kann aus dem gegeben Durchmesser berechnet werden:



Damit kann die Strecke s bestimmt werden:



In der einen Stunde muss das Wasser aus 4775 m rauslaufen. Damit kann die Geschwindigkeit bestimmt werden:



|  |  |
| --- | --- |
| **987.**  c) Er wird größer  Die Bewegung des heranfliegenden Balls lässt sich in zwei Komponenten zerlegen: eine senkrecht zur Wand und die zweite waagerecht zur Wand. Im Idealfall bleibt die waagrerchte Komponente unverändert und die Richtung der senkrechten Komponente dreht sich um. Daraus folgt dann die Reflexion des Balls unter dem gleichen Winkel. |  |

Im realen Fall verlieft der Ball aber durch Verformungen an Geschwindigkeit in senkrechter Richtung zur Wand. Wenn die waagerechte Komponente in etwa gleich bleibt. wird der Refelxionswinkel größer.

**988.**

Damit das Auto die Kurve durchfahren kann, muss die Radialkraft durch die Reibung aufgebracht werden. Die Radialkraft ist



m ist die Masse des Autos, r der Radius der Kurve und v die gesuchte Geschwindigkeit. Masse und Radius sind nicht bekannt!

Der Radius lässt sich aus den Angaben über die Kurve entnehmen. Da die 90°-Kurve eine Länge von 50 m hat, würde ein Vollkreis eine Länge von 200 m haben. Das ist der Umfang des Kreises. Aus dem Umfang lässt aber der Radius berechnen:



Das kann in die Gleichung für die Radialkraft schon eingesetzt werden:



Damit ist die Masse immer noch unbekannt, aber sie fällt bei vielen Berechnungen gern mal raus. Machen wir weiter.

Die Reibungskraft ist



FN ist die Normalkraft, also die Kraft, mit der der Körper auf die Unterlage wirkt. Bei einer ebenen Straße ohne jegliche Neigung ist diese Kraft genau so groß wie die Gewichtskraft.



Die Reibungskraft setzt man nun an die Stelle der Radialkraft:



Und wie man sieht, spielt die Masse mal wieder keine Rolle:



Nach der gesuchten Geschwindigkeit umgestellt erhält man



Damit kann man die Geschwindigkeit bequem berechnen:

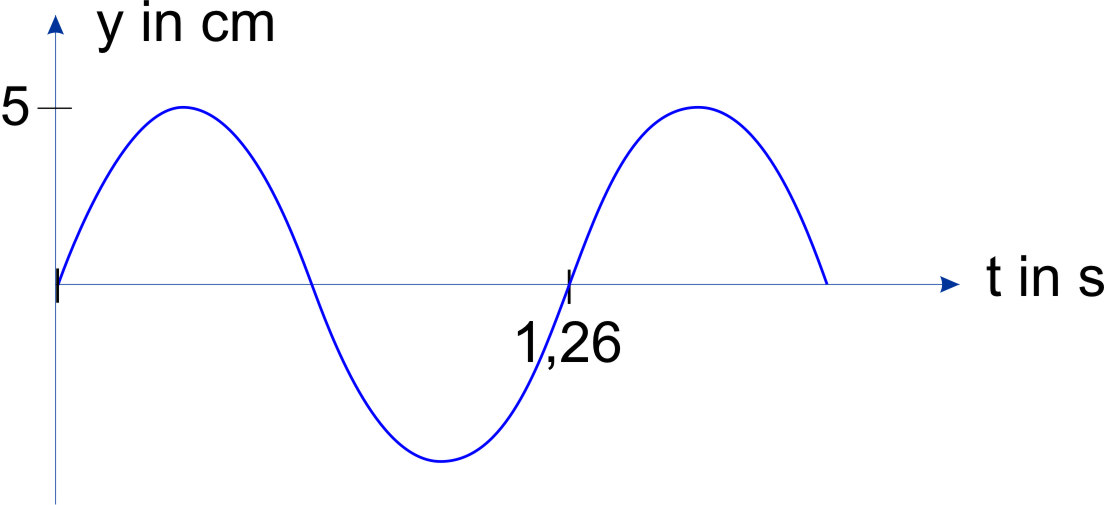


**989.**

**a)** Als erstes muss die Periodendauer der Schwingung berechnet werden:



Damit kann das Diagramm für eine Periode skizziert werden:



Die Schwingungsgleichung heißt allgemein:



 ist die Kreisfrequenz und es gilt



Damit erhält man die Schwingungsgleichung:



**b)** In die Schwingungsgleichung wird der Zeitpunkt 1 s eingesetzt:



Beachte: Taschenrechner auf rad umstellen!

**c)** Wenn die Frequenz halbiert werden soll, bedeutet das für die Schwingungsdauer eine Verdopplung.

Die Schwingungsdauer berechnet sich mit



Wenn T verdoppelt werden soll, muss

* die Masse des Schwingers vervierfacht werden
* die Federkonstante auf ein Viertel verkleinert werden.

Man braucht also entweder eine größere schwingende Masse oder eine weichere Feder. Der Schwinger schwingt dann langsamer und braucht mehr Zeit für eine Schwingung.

**990.**

**Richtung:**

Fahrzeug 1 und Fahrzeug 2 bewegen sich in die gleiche Richtung

Fahrzeug 3 bewegt sich in die entgegengesetzte Richtung.

**Geschwindigkeiten:**

Alle drei Bewegungen verlaufen mit konstanter Geschwindigkeit, es sind gleichförmige Bewegungen. Aus dem Betrag des Anstiegs kann man eine Aussage über den Betrag der Geschwindigkeiten machen.

Auto 1 ist langsamer als Auto als Auto 3

Auto 3 ist langsamer als Auto 2

**Begegnungen:**

Auto 1 begegnet den beiden anderen Autos. Die Begegnungspunkte entsprechen den Schnittpunkten.

Zuerst begegnet Auto 1 dem Auto 2 und dann dem Auto 3

**Überholen:**

Zu Beginn fährt Auto 2 hinter dem Auto 3.

Der Schnittpunkt der beiden Geraden kennzeichnet den Überholpunkt.

|  |  |
| --- | --- |
| **991.**  **a)** Die Hubarbeit ergibt sich aus der Kraft, mit der das Kind nach oben bewegt wird und der Höhe, die dabei überwunden wird.  Die Höhe ist nicht der zurückgelegt Weg, sondern die direkte Höhe des oberen Punktes über dem unteren Punkt. |  |

****

Die gesuchte Hubarbeit ist dann



**b) 1. Lösungsweg:** Die Geschwindigkeit kann über einen Energieansatz berechnet werden.

Am oberen Ende nach dem Anstoßen besitzt das Kind sowohl potenzielle als auch kinetische Energie. Beim Herabgleiten wird diese Energie in kinetische Energie und Wärmeenergie durch die Reibungsarbeit umgewandelt.

Die gesuchte Geschwindigkeit steckt in der kinetischen Energie, die das Kind am Ende des Hanges hat.

FN ist die Normalkraft, also die Kraft, mit der das Kind auf die Unterlage drückt. Sie ist die Gewichtskraft mal dem Kosinus des Winkels, also hier 9,5°.



**2. Lösungsweg:** Wie aus der Aufgabenstellung zu entnehmen, ist die Bewegung des Kindes gleichmäßig beschleunigt. Damit ist die Endgeschwindigkeit



Die Beschleunigung kann über die Kraft berechnet werden:



Die Kraft ergibt sich aus der Hangabtriebskraft, von der die Reibungskraft abgezogen wird. Die Hangabtriebskraft ist



und die Reibungskraft



Damit ist die Beschleunigung



In der ersten Gleichung sind jetzt die Beschleunigung und die Anfangsgeschwindigkeit bekannt. Es fehlt noch die Zeit, die das Kind braucht, um den Hang herunter zu gleiten.

Es gilt:



In dieser Gleichung ist nur die Zeit unbekannt und kann demnach berechnet werden.



Löst man diese quadratische Gleichung auf, erhält man als Gleitzeit 8,2 s.

Damit kann nun die Geschwindigkeit berechnet werden:



**c)** Das Kind hat zu Beginn des horizontalen Auslaufes die Geschwindigkeit von 6,3 m·s-1. Bis zum Auftreffen auf die Skilehrerin wird von der kinetischen Energie des Kindes durch Reibung ein Teil in Wärme umgewandelt.

Der Aufprall ist ein unelastischer Stoß. Danach heben die beiden eine bestimmte Geschwindigkeit und demnach ein bestimmte kinetische Energie. Die wird bis zum Stillstand komplett in Wärme durch Reibung umgewandelt.

Aus dem letzten Weg kann die Geschwindigkeit berechnet werden, die die beiden sofort nach dem unelastischen Stoß haben.



Umgestellt ergibt das



Wie zu sehen ist, kürzt sich die Masse raus.



Daraus lässt sich nun die Geschwindigkeit des Kindes beim Aufprall berechnen. Für einen unelastischen Stoß gilt:



u ist die Geschwindigkeit nach dem Stoß, mit 1 wird das Kind und mit 2 die Skilehrerin bezeichnet. Da die Skilehrerin steht, ist ihre Geschwindigkeit 0. Damit erhält man die Geschwindigkeit des Kindes.



Die kinetische Energie des Kindes zum Beginn des horizontalen Weges hat sich zum Teil in Wärmeenergie durch Reibungsarbeit umgewandelt. 1 ist der Beginn des Gleitens, 2 die Stelle des Stoßes:



s ist der gesuchte Weg.

Die Masse kürzt sich raus.



**992.**

b) Beide Gläser haben das gleiche Gewicht.

Wenn der Apfel in dem vollen Glas schwimmt, ist er kräftefrei (Trägheitsgesetz). Die nach unten wirkende Gewichtskraft wird von der nach oben wirkenden Auftriebskraft aufgehoben, beide sind gleich groß.

Nach dem Archimedischen Prinzip verdrängt der Apfel ein solches Gewicht an Wasser, wie er selber wiegt.

Damit ist das Gewicht des Apfels genau so groß wie das Gewicht des fehlenden Wassers. Das fehlende Wasser wird durch das Apfelgewicht ausgeglichen und beide Gläser sind gleich schwer.

**993.**

a) Eine gleichförmige Bewegung liegt vor, wenn die Kurve im s(t)-Diagramm eine Gerade ist. Das ist bei beiden Fahrzeugen der Fall.

Der PKW hat zum Zeitpunkt 0 einen Abstand von 600 m zum Nullpunkt. Im Laufe der Zeit wir dieser Abstand immer kleiner.

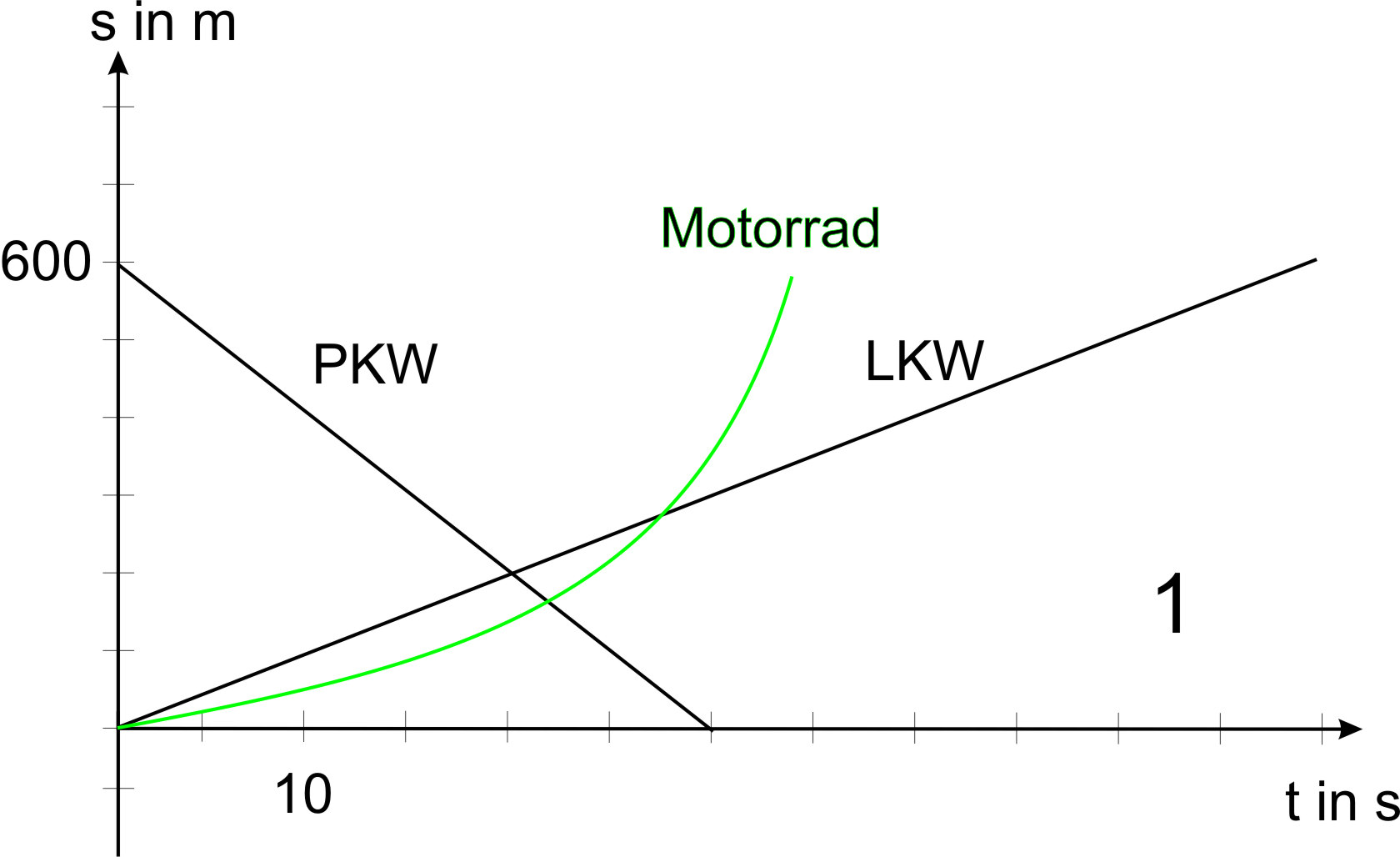
Der LKW befindet sich zum Zeitpunkt 0 genau am Nullpunkt. Im Laufe der Zeit wird der Abstand immer größer.

PKW und LKW fahren demnach in entgegengesetzte Richtungen.

Der PKW braucht für die 600 m Stecke genau 30 s. Damit lässt sich die Geschwindigkeit berechnen:



b)



Der Graph für das Motorrad ist eine Parabel (s~t²) Zum Zeitpunkt 0 haben LKW und Motorrad den gleichen Ort bei 0.

Das Motorrad ist langsamer. Damit hat der Graph einen kleineren Anstieg.

Da das Motorrad gleichmäßig beschleunigt, also immer schneller wird, wird der Anstieg größer.

Nach einer bestimmten Zeit ist das Motorrad schneller als der LKW. Ansonsten könnte das Motorrad den LKW nicht überholen.

Der Schnittpunkt der beiden Graphen ist der Überholpunkt.

**994.**

**a)**

Der Favorit bleibt beim Defekt stehen, seine Geschwindigkeit ist 0. Das Hauptfeld fährt 5 min einfach weiter. Wie weit kommt es mit der Geschwindigkeit in 5 min?

Bevor man losrechnet, werden die gegeben Größen in Grundeinheiten umgerechnet:



Nun kann der gesuchte Weg berechnet werde. Die Bewegung ist gleichförmig, die Geschwindigkeit des Hauptfeldes ändert sich nicht.



Das Hauptfeld liegt also 0,6 km im Vorsprung, wenn der Favorit weiterfahren kann.

**b)** Der Koordinatenursprung kann sowohl in das Hauptfeld als auch in den Favoriten gelegt werden. Wenn es im Hauptfeld liegt, gilt für dieses:



Da der Favorit 600 m zurückliegt, muss dieser Wert in das Ort-Zeit-Gesetz mit einfließen. Bevor es aufgestellt wird, berechnet man die Favoritengeschwindigkeit in Grundeinheiten um:



Nun das Gesetz:



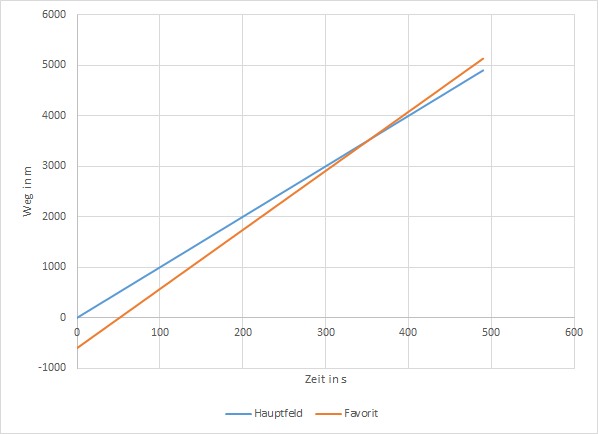
Liegt der Koordinatenursprung im Favoriten, gilt



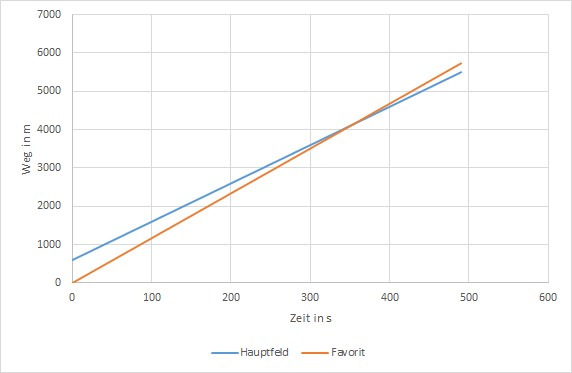


**c)**

Das Diagramm für den ersten Fall sieht so aus:



Für den zweiten Fall dann so:



**d)** Der Punkt, an dem sich die beiden Kurven schneiden, ist der Einholpunkt.

Im ersten Diagramm erkennt man:

Das ist etwa 3500 m von Koordinatenursprung entfernt. Das heißt, das Hauptfeld fährt nach dem der Defekt bemerkt wurde, noch 3,5 km und wird dann vom Favoriten wieder eingeholt. Dafür ist das Hauptfeld 350 s gefahren. Das sind etwas weniger als 9 min.

Im zweiten Diagramm erkenn man:

Das ist etwa 4100 vom Koordinatenursprung entfernt. Das heißt, der Favorit fährt nach dem der Defekt bemerkt wurde, non 4,1 km und holt dann das Hauptfeld ein. Dafür ist er 350 s gefahren. Das sind etwas weniger als 9 min.

Die beiden Diagramme liefern die gleichen Ergebnisse!

**e)** Es muss überlegt werden, welche Besonderheit der Einholpunkt hat.

1. Nachdem der Favorit wieder losgefahren ist, sind er selber und das Hauptfeld die gleiche Zeit gefahren.

2. Der Favorit ist so weit gefahren wie das Hauptfeld und zusätzlich die Strecke, die er hinter dem Hauptfeld lag.

In Formeln umgesetzt heißt das:

1. 

2. 

Da beiden Bewegungen gleichförmig sind, gilt weiterhin



Die beiden Zeiten brauchen nicht extra unterschieden werden, da sie ja gleich sind.

Jetzt werden die Gleichungen so umgestellt und eingesetzt, dass die unbekannte Größe Zeit berechnet werden kann. Dazu werden als erstes in der Weggleichung die unbekannten Wege durch die Geschwindigkeiten ersetzt. Allgemein gilt:



Damit erhält man



In dieser Gleichung ist nur noch die Zeit eine unbekannte Größe, nach der nun umgestellt werden kann:



Das entspricht der Zeit, die aus den Diagrammen bestimmt wurde.

Damit können auch die Wege berechnet werden:



Auch die beiden Werte stimmen mit denen überein, die aus den Diagrammen bestimmt wurden.

**995.**

**a)** Beide Körper haben die gleiche Anfangsgeschwindigkeit.

**b)** Beide Körper haben die gleiche Endgeschwindigkeit.

**c)** Körper 1 hat einen größeren Weg zurückgelegt.

**d)** Der zurückgelegte Weg entspricht dem Flächeninhalt unter der v(t)-Kurve. Es ist zu erkennen, dass die Fläche unter der blauen Kurve (1) größer ist als unter der grünen Kurve (2).

**996.**

**a)** Die Elongation ist die momentane Auslenkung des Schwingers. Sie besagt, wie weit der Schwinger zu einem beliebigen Zeitpunkt von der Gleichgewichtslage entfernt ist.

**b)** Gemeinsamkeiten: z.B.

* Beide Schwingungen haben die gleiche maximale Auslenkung (Amplitude)
* Beide Schwinger bewegen sich nach dem Start in die gleiche Richtung
* Beide Schwingungen werden durch eine Sinuskurve beschrieben
* Beide Schwingungen sind ungedämpft.

Unterschiede:

* Schwingung 1 beginnt in der Gleichgewichtslage, Schwingung 2 in einem Umkehrpunkt.
* Schwingung 2 schwingt schneller als Schwingung 1

**c)** Schwinger 2 schwingt mit der doppelten Frequenz von Schwinger 1.



**997.**

|  |  |
| --- | --- |
| **b)** Es sieht nach einer Wurzelfunktion aus, also  **c)** Der Nachweis erfolgt über die Quotienten Gleichheit. Es wird für jedes Messwertpaar der Quotient    bestimmt. Wenn der Zusammenhang gilt, sind alle Quotienten gleich. |  |

**d)** Die Berechnungen zeigen, dass jeder Quotient etwa 0,5 ist. Damit ist der Zusammenhang nachgewiesen.

**998.**

|  |  |
| --- | --- |
| Wird eine Feder mit einer Kraft F belastet, dehnt sie sich um den Weg s aus. Wie weit sie sich dabei ausdehnt, kann man an der Federkonstante erkennen. Es gilt allgemein:    Hängt man zwei Federn untereinander und belastet sie mit der Kraft F, dehnen sich beide entsprechend ihrer Federkonstanten um einen Weg s aus. Eine harte Feder weniger als eine weiche Feder. Damit ist die Gesamtausdehnung |  |

Nun kann man die Wege durch Kraft durch Federkonstante ersetzen:



Die Kraft ist für beide Federn gleich, da ja die obere die gleiche Kraft wie die untere spürt!

Die Ausdehnung der gekoppelten Gesamtfeder ist dann



so dass man schreiben kann



Nach den Regeln der Bruchrechnung kann man auf beiden Seiten die Kraft F herauskürzen, so dass



übrig bleibt.

**999.**

c) 

Wenn die Kraft verdoppelt wird, halbiert sich die Zeit für den gleichen Weg nicht, sondern ist größer als die Hälfte der Zeit.

Begründung:

Man muss fragen, welcher Zusammenhang zwischen der Kraft und der für einen konstanten Weg benötigten Zeit besteht.

Zuerst ist klar, dass mit größer werdender Kraft die Zeit kleiner wird. Es ist also irgendwie umgekehrt proportional. Aber wie?

Bekannt ist, dass bei konstanter Masse die Beschleunigung proportional zur wirkenden Kraft ist (Newtonsches Grundgesetz).



Die Beschleunigung kann aus dem zurückgelegten Weg und der dazu benötigten Zeit bestimmt werden:



Setzt man das in die Beziehung zwischen Beschleunigung und Kraft ein, erhält man



Laut Aufgabenstellung ist der Weg für jedes Teilexperiment konstant. Damit kann man schreiben:



Umgestellt erhält man



Und was sagt uns das jetzt?

Wenn es eine direkte Proportionalität wäre, also die Wurzel nicht stehen würde, bringt eine Verdopplung der Kraft eine Halbierung der Zeit. In Wirklichkeit muss aber die Wurzel der Kraft betrachtet werden. Damit steht bei der Kraftverdopplung unter dem Bruchstrich nicht die 2, sondern die Wurzel aus 2. Das ist 1,41. Das Reziproke davon ist 0,7. Die Zeit ist also bei einer Verdopplung der Kraft 0,7 mal so groß wie die ursprüngliche Zeit.

Wenn die Zeit nur noch halb so groß sein soll, muss die Kraft vervierfacht werden.

**1000.**

a) ist richtig.

Wenn die Kraft mit der Zeit abnimmt, wird der Betrag der Beschleunigung kleiner.

Das zeigt das erste Diagramm.

b) Mit kleiner werdender Beschleunigung wird der Betrag der Geschwindigkeit immer kleiner.

Die Geschwindigkeit bleibt im Diagramm aber konstant.

c) Eine Bewegung, bei der sich die Geschwindigkeit ändert, ist eine beschleunigte Bewegung. Bei einer beschleunigten Bewegung besteht zwischen der Zeit und dem zurückgelegten Weg kein linearer Zusammenhang. Das stellt aber Diagramm c) dar.

d) Zwischen dem Weg und der Zeit besteht wieder ein linearer Zusammenhang. Damit ist die Bewegung gleichförmig und die resultierende Kraft ist Null. Der negative Anstieg bedeutet, dass sich der Körper zum Koordinatenursprung zurück bewegt.

1001.

**a)** Nach dem Newtonschen Grundgesetz gilt:



und damit



Die Masse der Rakete ist bekannt. Wie groß ist die Kraft nach oben?

Insgesamt wirken 12 N. Davon wird ein Teil verwendet, um die Gewichtskraft der Rakete zu kompensieren. Die Gewichtskraft ist



Die werden von den 12 N abgezogen, so dass die beschleunigende Kraft nur noch 7 N beträgt.

Damit erhält man die Beschleunigung:



**b)** Wenn die Rakete 1 s lang mit 14 m/s² konstant beschleunigt, hat sie einen Weg von



zurückgelegt. Damit ist sie 9 m über dem Erdboden.

**c)**

Der folgende antriebslose Flug ist ein senkrechter Wurf nach oben. Die Wurfhöhe berechnet sich mit



Die Anfangsgeschwindigkeit ist die Geschwindigkeit, die die Rakete zum Brennschluss hatte.



Damit kann die weitere Flughöhe berechnet werden:



Die Rakete erreicht demnach eine Höhe von 19 m gegenüber dem Erdboden.

**d)**

Wie lange war die Rakete bisher unterwegs?

Nach dem Start flog sie eine Sekunde mit Antrieb. Danach kam der senkrechte Wurf nach oben. Die Steigzeit bis zum Gipfel ist



Nach 2,4 s hat sie also den Gipfel erreicht.

Nun stürzt sie die 19 m im freien Fall nach unten. Auch dafür kann die Zeit berechnet werden.



Der ganze Spaß dauert also etwa 4,4 s.

**1002.**

**a)** Das Flugzeug führt unter diesen Bedingungen eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung durch. Die Endgeschwindigkeit ist



Sowohl die Beschleunigung als auch die Zeit sind aber unbekannt. Zum Glück kann man diese Größen auf anderem Wege berechnen.

Die Beschleunigung erhält man aus dem Newtonschen Grundgesetz:



Sowohl die Kraft der Triebwerke als auch die Masse des Flugzeugs sind bekannt. Damit kann die Geschwindigkeitsformel erweitert werden:



Die Zeit, die das Flugzeug für die gesamte Startbahn benötigt, erhält man aus



In dieser Gleichung taucht die Beschleunigung wieder auf, die durch den Ausdruck aus dem Grundgesetz ersetzt wird:



Damit geht man in die Geschwindigkeitsformel, die aber vorher noch quadriert werden muss:



In diese Gleichung können die gegeben Werte eingesetzt werden:



**b)** Zur Beantwortung dieser Frage müssen zwei Energiewerte berechnet werden:

1. Die Bewegungsenergie, die das Flugzeug im Moment des Anhebens hat.

2. Die Arbeit, die die Triebwerke auf den 3000 m Startstrecke im Idealfall verrichten könnten.

Das Verhältnis von beiden ist der gesuchte Anteil, der durch Reibung an die Umgebung verloren geht.

zu 1.

Die Bewegungsenergie des Flugzeuges (kinetische Energie) ist



Die Masse und die Geschwindigkeit sind bekannt, so dass die Energie berechnet werden kann:



Diese Energie steckt in dem Flugzeug beim Abheben.

zu 2. Die verrichtete Arbeit ist die wirkende Kraft mal dem zurückgelegten Weg:



Das ist alles bekannt. Beachte: es sind 4 Triebwerke!



Von diesen 3,38 GJ werden 1,38 GJ genutzt, um dem Flugzeug die notwendige Geschwindigkeit zu verleihen. Der Rest, das sind 2 GJ, wird über die Reibung in Wärme umgewandelt.

Von der gesamten Antriebsenergie gehen demnach 60% verloren und nur 40% werden sinnvoll genutzt.

**1003.** Die Geschwindigkeit des Medizinballs beträgt gleich nach dem Schlag 1,8 m/s.

[vollständige Lösung](vlsgmech4.docx#m1003)

**1004.**

**a)** Als erstes muss gefragt werden, wie groß die Mindestgeschwindigkeit im Punkt C ist. Das ist die Geschwindigkeit, bei der der Wagen gerade noch so durch den oberen Punkt des Loopings kommt.

Im oberen Punkt wirkt wie überall die Gewichtskraft nach unten. Damit er dort nicht herunterfällt, muss eine Kraft in die entgegengesetzte Richtung wirken, die mindestens genau so groß ist. Diese Kraft wird durch die Fliehkraft aufgebracht, die hier als Trägheitskraft radial nach außen wirkt.

Es gilt als für den Minimalfall:



Wie man sieht, hängt die Geschwindigkeit nicht von der Masse ab. Deshalb darf auch jeder Achterbahn fahren!

Die geforderte Geschwindigkeit soll nun um 50% größer sein als die Minimalgeschwindigkeit:



Das kann durch geschickte Umformungen in die gewünschte Form gebracht werden:



**b)** Der Wagen ist aus einer Höhe von rund 30 m gestartet.

**c)** Der Loopingradius beträgt 9,4 m. Damit hat der Looping einen Durchmesser von fast 19 m.

[vollständige Lösung](vlsgmech4.docx#m1004)

**d)** Man muss zuerst fragen, an welcher Stelle der Fahrer die größte Kraft spürt? Das ist eindeutig im Punkt B. Während der gesamten Fahrt spürt er natürlich seine Gewichtskraft. Im Looping kommt die Fliehkraft dazu. Sie wirkt im Punkt B genau in Richtung der Schwerkraft und addiert sich zu dieser. Gleichzeitig ist dort die Geschwindigkeit am größten, so dass auch die Fliehkraft einen Maximalwert erreicht.

Im Punkt B gilt:



Das sind rund 5 kN und das etwa 7,25 fache der Gewichtskraft der Person.

Das ist sehr viel und bedeutet eine hohe Belastung. Aus diesem Grund werden schon lange keine Kreisloopings mehr gebaut. Die Form eines Loopings ist heute ein Klothoid.

**e)** In die Gleichung für die Kraft wird die Geschwindigkeit im Punkt B durch eine entsprechende Gleichung ersetzt. Wie schon hergeleitet, gilt:



Das wird in die Kraftgleichung eingesetzt:



Wie zu sehen ist, kürzt sich der Radius einfach raus:



Damit kann man allgemein schreiben:



Das entspricht etwa dem 7,25 fachen der Gewichtskraft und das wurde vorhin schon berechnet.

**f)**

|  |  |
| --- | --- |
| Auf den Wagen wirken in der Kurve zwei Kräfte: die nach unten zeigende Gewichtskraft FG und die nach außen wirkenden Zentrifugalkraft FZ. Letztere ist eine Trägheitskraft und genau so groß wie die Radialkraft.  Beide Kräfte erzeugen durch die vektorielle Addition eine resultierende Kraft FR, die der Wagen dann spürt.  Keine Seitenkräfte wirken, wenn die resultierende Kraft genau senkrecht auf den Untergrund drückt. Die muss also so geneigt sein, dass bei der gegebenen Geschwindigkeit diese Bedingung erfüllt ist. |  |

Alpha ist der gesuchte Winkel. Er taucht zwischen der Gewichtkraft und der resultierenden Kraft nochmals auf, da die Schenkel der beiden Winkel senkrecht aufeinander stehen.

Es sollte zu sehen sein, das gilt:



Damit erhält man



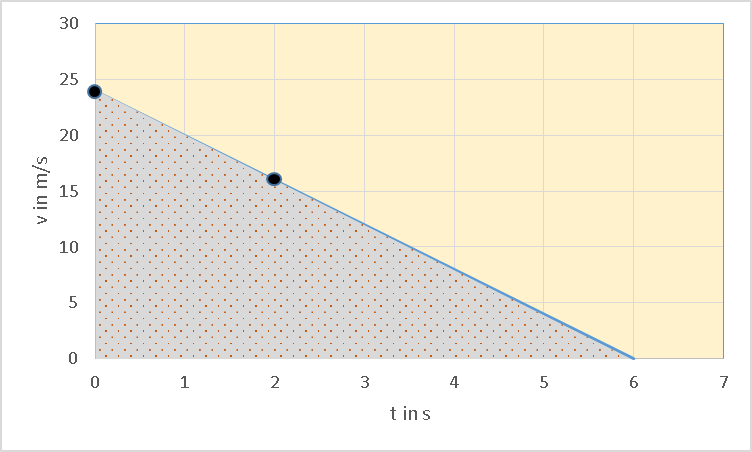
Der Radius ist bekannt. Aber wie groß ist die Geschwindigkeit. Kein Problem: es werden ja die Reibungskräfte vernachlässigt. Die würden alles noch viel komplizierter machen, sollten aber von Achterbahnkonstrukteuren berücksichtigt werden!

Die Geschwindigkeit ist so groß wie im Punkt B. Im Looping werden die Energieformen ja nur ineinander umgewandelt. Nach dem Energieerhaltungssatz ist aber die kinetische Energie vor und nach dem Looping gleich groß und damit auch die Geschwindigkeit. Nun denn:



Die Bahn muss um 80° gegen die Waagerechte geneigt sein.

**g)**



[Diagramquelle](m1004.xlsx)

**h)** Die gesuchte Strecke entspricht der Fläche unter der Kurve, die hier eine dreieckige Form hat. Dieser Flächeninhalt muss berechnet werden:



**i)** Die Kraft ist nach dem Grundgesetz



Die Beschleunigung ist



Damit kann die Kraft berechnet werden:



**1005.**

a) Beim Heruntergleiten wird potenzielle Energie in kinetische Energie umgewandelt. Allgemein gilt, dass die Summe aus potenzieller Energie und kinetischer Energie beim Vernachlässigen von allen anderen Energiearten immer gleich bleibt.



|  |  |
| --- | --- |
| In der potenziellen Energie steckt die Höhe gegenüber dem Nullpunkt drin. Die ist in dieser Aufgabe aber nicht gesucht, sondern die auf der Ebene zurückgelegte Strecke. Zwischen den beiden Grüßen und dem gegebenen Winkel gibt es aber eine einfache Winkelbeziehung: |  |

Damit kann die gesuchte Strecke berechnet werden.



Die gesamte potenzielle Energie im Punkt 1 wird in den Zuwachs der kinetischen Energie und damit der Geschwindigkeit gesteckt. Damit wird also der Nullpunkt an die Stelle gesetzt, an der der Körper die doppelte Geschwindigkeit erreicht hat.



Die Masse kürzt sich raus. Jetzt kann die Gleichung nach der gesuchten Größe x umgestellt werden:



Nach 0,6 m hat sich die Geschwindigkeit verdoppelt.

Für den zweiten Teil wird der gleiche Ansatz benutzt. Die gesuchte Größe ist v1. x ist jetzt 0,80 m.



Umstellen nach v1 und ausrechen:



Der Körper kommt unten mit 3,1 m/s an.

**b)** Wenn der Körper mit einer konstanten Geschwindigkeit gleiten soll, muss die Summe aller Kräfte auf den Körper gleich Null sein (Trägheitsgesetz).

Auf den Körper wirkt die Hangabtriebskraft nach unten. Die Reibungskraft muss nun genau so groß sein, damit sich die Kräfte aufheben.

Die Hangabtriebskraft ist



und die Reibungskraft



FN ist die Normalkraft, also die Kraft, mit der der Körper senkrecht auf die Unterlage, die er hinuntergleitet, drückt. Sie ist



Damit gilt:



Bei dieser Reibungszahl gleitet der Körper trotz geneigter Ebene mit konstanter Geschwindigkeit.

**c)**

Aus dem Energieerhaltungssatz erkannt man:

Die Energie, die der Körper oben hat, wird beim Herabgleiten in kinetische Energie am Fuß der geneigten Ebene und in Wärmeenergie durch Reibungsarbeit umgewandelt.

Also:



Oben hat der Körper kinetische und potenzielle Energie:



und



Die Reibungsarbeit ist



Alle Gleichungen sind bekannt, nun kann die Gesamtformel aufgestellt werden:



Das sieht schlimmer aus als es ist. Zuerst verabschiedet man sich von der Masse:



Schon besser. Gesucht ist die Geschwindigkeit vs. Nach der wird jetzt umgestellt:



Nun nur noch Einsetzen, Ausrechen und Fertig:



Am Ende der Bahn hat der Körper eine Geschwindigkeit von etwa  .

**d)**

Vor dem Zeichen des Diagramms müssen einige Fragen geklärt werden:

1. Wie groß sind die beiden Energien zu Beginn des Hinabgleitens?

2. Wie groß ist die kinetische Energie am Ende?

3. Wie verläuft die Kurve für die kinetische Energie? Ist sie proportional zum Weg?

zu 1.



zu 2.



zu 3.

Die kinetische Energie ist proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit:



Da die Bewegung mit einer konstanten Kraft abläuft, ist es eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung. Für gilt aber



(Lässt sich aus den Gleichungen für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung ableiten)

Damit ist also

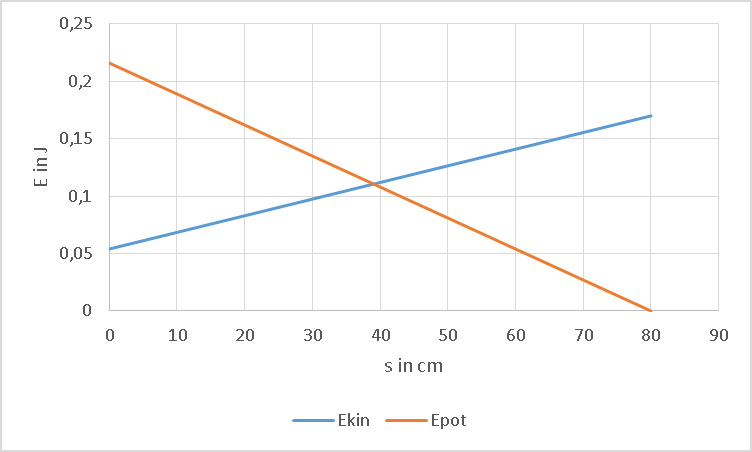


Setzt man das in die Proportionalität der kinetischen Energie ein, sieht man, dass



Die Kurve für die kinetische Energie kann also als Gerade gezeichnet werden.

Damit erhält man folgendes Diagramm:



[Diagrammquelle](m1005.xlsx)

**1006.**

Der Impulserhaltungssatz heißt: Die Summe aller Impulse vor dem Stoß ist genau so groß wie die Summe aller Impulse nach dem Stoß.

Oder als Gleichung:



Da bei diesem Experiment die beiden Gleiter nach dem Stoß zusammen weiterfahren, liegt ein unelastischer Stoß vor. Die Gleiter bewegen sich also mit einer gemeinsamen Geschwindigkeit weiter. Der Impulserhaltungssatz heißt dann



**a)** Da der Gleiter 1 steht ist



Das vereinfacht die Gleichung, da man jetzt einfach schreiben kann



Die gesuchte Geschwindigkeit des 2. Gleiters ist dann



**b)** Die beiden Gleiter bewegen sich in unterschiedliche Richtungen. Das wird durch unterschiedliche Vorzeichen vor dem Geschwindigkeitsbetrag gekennzeichnet. Man legt fest, dass die Richtung nach rechts positiv und die nach links negativ ist. (Umgekehrt ginge auch!)

Damit ist



und



Damit lässt sich über den Impulserhaltungssatz die gemeinsame Geschwindigkeit berechnen:



Das Ergebnis ist positiv. Damit bewegen sich die beiden gekoppelten Gleiter gemeinsam nach rechts.

**c)** Der Impuls der beiden Gleiter nach dem Stoß ist 0, da ja die Geschwindigkeit 0 sein soll. Damit muss die Summe der Impulse vor dem Stoß auch 0 sein:



Mit diesem Ansatz kann die gesuchte Geschwindigkeit berechnet werden:



Gleiter 2 muss sich mit  nach links bewegen.

**d)** Allgemein gilt, dass eine Impulsänderung durch einen Kraftstoß hervorgerufen wird:



Die Impulsänderung der 1. Gleiters ist der Impuls nach dem Stoß minus dem Impuls vor dem Stoß.



Der Impuls nach dme Stoß ist 0.



Damit lässt sich die Kraft auf den Gleiter 1 berechnen:



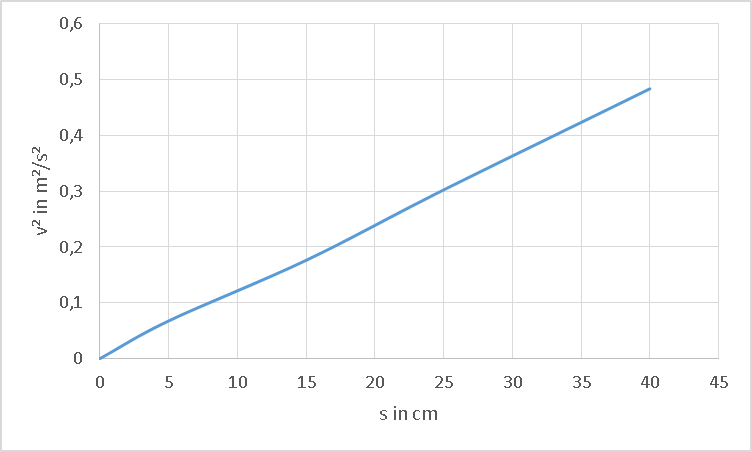
Das Minus besagt, dass die Kraft nach links wirkt. Klar, der Gleiter bewegt sich nach rechts und wird auf 0 abgebremst.

Auf den Gleiter 2 wirkt nach dem Wechselwirkungsgesetz die Kraft 2 N, also gleicher Betrag aber entgegengesetzte Richtung.

**1007.**

**a)**

Es wird jeder Geschwindigkeitswert quadriert und die Quadrate über der Strecke x im Diagramm eingetragen. Es ergibt sich eine Gerade, die durch den Ursprung geht. Damit ist gezeigt worden, dass v²~s gilt.



[Diagrammquelle](m1007.xlsx)

**b)** Die Beschleunigung entspricht dem Anstieg der v(t)-Kurve:



Es liegt aber eine v²(s)-Kurve vor, so dass die Beschleunigung nicht einfach aus dem Anstieg bestimmt werden kann.

Aus den Gesetzen der gleichmäßig beschleunigten Bewegung lässt sich aber zeigen, dass



gilt.

Damit ist



Der Proportionaliästfaktor zwischen v² und s ist 2a und das ist wiederum der Anstieg der Geraden.

Zur Bestimung des Anstiegs nimmt man Werte, die sich leicht ablesen lassen. Zu



passt



gut.

Damt kann der Anstieg berechnet werden:



Die Beschleunigung ist dann



**c)** Da eine gleichmäßig beschleunigte Bewegunf vorliegt, gilt natürlich



Die Beschleunigung und die Masse sind bekannt:



Bei der Masse muss die Summe beider Massen nenutzt werden, da ja beide Körper beschleunigt werden!



Das ergibt



Diese Kraft wirkt tatsächlich auf die beiden Körper ein, um die gemessene Beschleunigung zu erhalten.

Die Kraft zum Beschleunigen kommt alleine von dem nach unten ziehenden Gewicht. Diese Kraft ist die Gewichtskraft:



Das heißt aber, dass 0,39 N nach unten ziehen, das System aber nur mit 0,144 N beschleunigt wird. Damit wirkt zu den 0,39 N eine Kraft entgegen, die sie auf die 0,144 N abschwächt. Das ist die Reibungskraft, die zu der gesuchten Reibungszahl führt.

Wie groß ist die Reibungskraft? Einfach das, was von den 0,144 N zu den 0,39 N fehlt:



Die Reibungskraft ist bei einer waagerechten Unterlage die Gewichtskraft des Körpers mal die Reibungszahl, die nun bestimmt werden kann:



**d)** Zu Beginn der Bewegung besitzt das System nur potenzielle Energie, der Wagen bewegt sich ja noch nicht.



Nachdem der Wagen 25 cm gefahren ist, besitzt er auf Grund seiner Geschwindigkeit kinetische Energie und das Gewicht hat durch seine Höhe über dem Boden auch noch potenzielle Energie. Damit ist die Gesamtenergie die Summe aus beiden Energien.

Die Höhe des Gewichtes über dem Boden beträgt noch 15 cm.

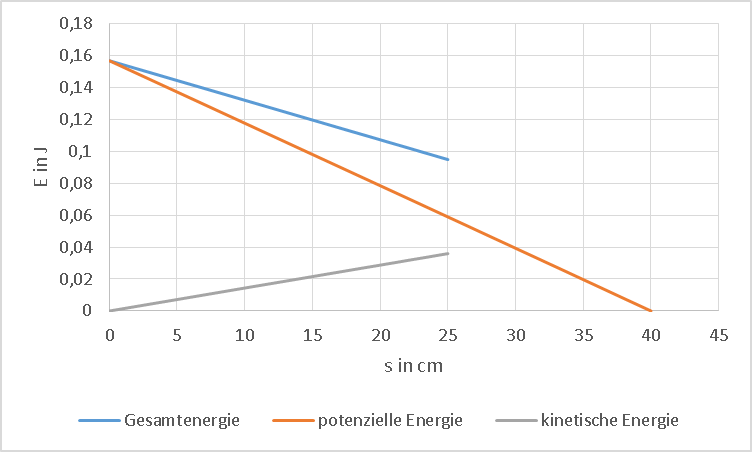


In die potenzielle Energie geht nur die Masse des Gewichtes ein. Bei der kinetischen Energie muss die Gesamtmasse berücksichtigt werden, da sich ja sowohl der Wagen als auch das Gewicht mit der Geschwindigkeit von 0,55 m/s bewegen.



Die Verringerung der Gesamtenergie des Systems erklärt sich durch die Reibungsverluste.

**e)** Aus den bisher gegebenen Werten erhält man folgendes Diagramm:

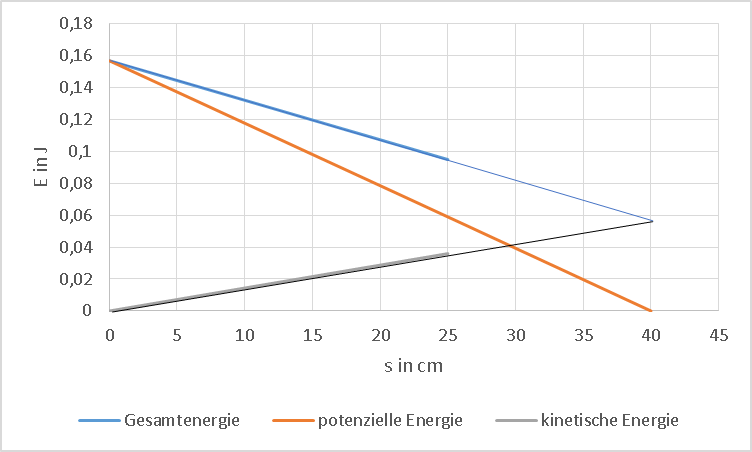


Am Anfang sind die potenzielle Energie und die Gesamtenergie gleich groß. Die kinetische Energie ist 0.

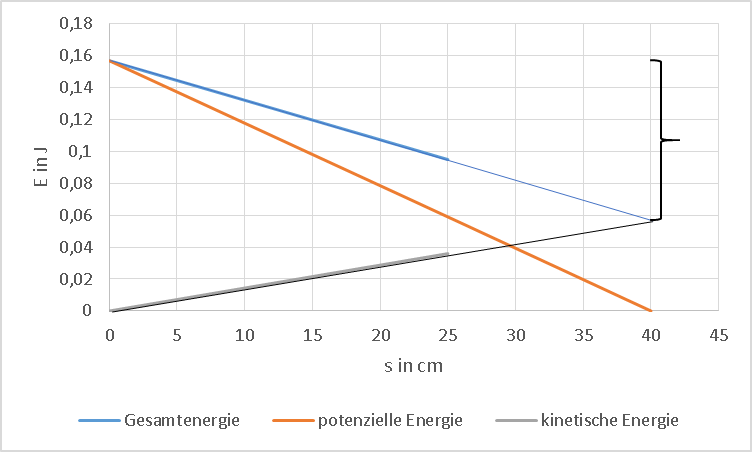
Nach 40 cm ist die potenzielle Energie des Gewichtes 0, es setzt ja auf dem Boden auf.

Für die Energien bei 25 cm wurden die Werte in Aufgabe e) berechnet.

Die fehlenden Stücke für die Gesamtenergie und die kinteische Energie erhält man einfach durch Verlängern der Graphen bis 40 cm.



**f)**



WR

Ohne Reibung würde die Gesamtenergie immer die Summe aus potenzieller und kinetischer Energie sein. Nach dem Energieerhaltungssatz ohne Berücksichtigung der Reibung wird die potenzielle Energie des Gewichtes komplett in kinetische Energie des gesamten Systems umgewandelt. Am Ende wäre also die kinteische Energie so groß wie die potenzielle Energie zu Beginn.

Durch die Reibung wird aber ein Teil der mechanischen Energie kontinuierlich über Reibungsarbeit in Wärme umgewandelt. Deshalb wird die Gesamtenergie des Systems immer kleiner.

Der Unterschied zwischen der Gesamtenergie am Ende (bei 40cm) und der potenziellen Energie zu Beginn ist die Energie, die „verloren gegangen ist“ (also sogenannte entwertete Energie).

Wie aus dem Diagramm abzulesen ist, beträgt sie etwa 0,10 J.

Die Reibungsarbeit ist



und nach der gesuchten Reibungszahl umgestellt:



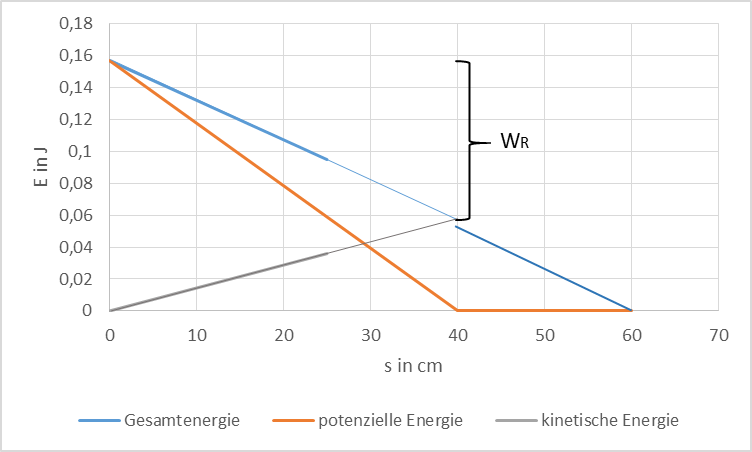
Na, das stimmt mit dem zuerst bestimmten Wert überein. Wie soll es auch anders sein.

**g)** Die Geschwindigkeit kann aus dem ersten Diagramm bestimmt werden. Bei 40 cm ist der Wert von 

Damit erhält man eine Geschwindigekt von  .

Die kinetische Energie des Wagens ist dann





Der Anfangspunkt liegt unter dem Endpunkt der Kurve für die kinetische Energie des Gesamtsystems. Es wird ja jetzt nur noch die kinetische Energie des Wagens betrachtet. Das Gewicht ist in einem unelastischen Stoß auf dem Boden aufgeschlagen. Dabei ist dessen kinetische Energie in Wärme umgewandelt worden.

Der Anstieg ist wie bei der bisherigen Kurve für die kinetische Energie. Dieser Anstieg wird ja durch die Reibungskraft bestimmt und die hat sich nicht geändert.

Nach 60 cm ist die kinetische Energie auf 0 J gesunken, der Wagen steht.

**1008.**

Den Weg, den der Wagen zurücklegt, lässt sich über den Energieansatz berechnen. Zu Beginn besitzt der Wagen

* kinetische Energie, weil er fährt, und
* potenzielle Energie, weil er sich auf dem Berg befindet

Aus diesen beiden Energie wird

* Wärmeenergie beim Runterfahren am Berg
* Wärmeenergie beim Auslaufen auf der horizontalen Strecke

Die Wärmeenergie entsteht durch Reibungsarbeit.

Der Wagen bleibt stehen, wenn die Summe aus kinetischer und potenzielle Energie komplett in Wärmeenergie umgewandelt wurde.

Als Formel ausgedrückt heißt das



Die kinetische Energie ist



Die potenzielle Energie ist



h ist die Höhe des Ablaufberges, die aber nicht bekannt ist. Da aber der Winkel und die Länge des Berges bekannt sind, kann man die Höhe berechnen:



Damit ist die potenzielle Energie



Die Reibungsarbeit ist das Produkt aus der Reibungszahl, der Normalkraft und dem zurückgelegten Weg.

Die Normalkraft ist die Kraft, mit der der Wagen senkrecht auf seine Unterlage drückt.

Rollt er den horizontalen Weg lang, ist die Normalkraft genau so groß wie die Gewichtskraft.



Die Normalkraft ist die Gewichtskraft des Körpers mal dem Kosinus des Winkels zwischen der Horizontalen und der geneigten Ebene. Damit erhält man für die Reibungsarbeit auf dem Ablaufberg:



Nun kann man alles zu einer Formel zusammenfassen:



Das sieht viel schlimmer aus als es wirklich ist. In jedem Teil steckt die Masse m drin, die dadurch rausgekürzt werden kann:



Schon besser! Die gesuchte Größe ist s, nach der umgestellt wird:



Auf der rechten Seite stehen nur noch Größen, die bekannt sind. Damit kann man alles einsetzen und die gesuchte Strecke ausrechnen.



Der Wagen würde ungefähr 920 m rollen.

**b)** Wenn der Wagen nach 100 m auf einen anderen Wagen stößt, kuppeln beide durch einen unelastischen Stoß zusammen. Die Geschwindigkeit der beiden Wagen zusammen lässt sich berechnen, wenn man die Geschwindigkeit des ersten Wagens kennt.

Diese lässt sich wieder über eine Energiebetrachtung ermitteln. Im Gegensatz zur ersten Aufgabe wandelt der Wagen jetzt nicht seine gesamte mechanische Energie, die er oben am Ablaufberg hatte, in Wärmeenergie um. Beim Zusammenkuppeln besitzt er noch kinetische Energie.

Nun kann man wieder eine komplette Gleichung für den gesamten Vorgang aufstellen. Übersichtlicher ist es aber, das Problem in mehreren Schritten zu lösen.

1. Geschwindigkeit des Wagens am Ende des Ablaufberges
2. Geschwindigkeit des Wagens beim Zusammenstoß
3. Geschwindigkeit der Wagen nach dem unelastischen Stoß

zu 1. Die kinetische und potenzielle Energie am Start wandelt sich in Wärme (Reibungsarbeit) und kinetische Energie am Ende um.



Die Masse kürzt sich wieder raus:



und die Gleichung muss nach der gesuchten Geschwindigkeit v2 umgestellt werden:



Damit kann die Geschwindigkeit am Fuß des Ablaufberges berechnet werden:



zu 2. Die Geschwindigkeit des Wagens gibt im am Ende des Berges kinetische Energie. Die wird bis zum Zusammenstoß mit dem 2. Wagen zum Teil in Wärme umgewandelt.

Die kinetische Energie, die der Wagen beim Zusammenstoß hat, ist die kinetische Energie am Ende des Berges, von der die Wärmeenergie abgezogen wird. Die Wärmeenergie entsteht durch Reibungsarbeit.



Damit lässt sich die Geschwindigkeit beim Zusammenstoß bestimmen:



zu 3. Mit der eben berechneten Geschwindigkeit stößt der Wagen auf den ruhenden Wagen. Dabei gilt natürlich der Impulserhaltungssatz: Die Summe der Impulse vor dem Stoß ist so groß wie die Summe der Impulse nach dem Stoß.

Vor dem Stoß hat nur der bewegte Wagen einen Impuls, er wird mit p1 bezeichnet.



Nach dem Stoß ist die Gesamtmasse die Summe beider Einzelmassen.



Impulserhaltungssatz:



**c)** Die beiden Wagen rollen nun gemeinsam weiter. Es wirkt natürlich immer noch die Reibung, so dass ein Teil der kinetischen Energie weiterhin in Wärmeenergie umgewandelt wird.



Das ist die kinetische Energie vor dem Auftreffen auf den Prellbock. Da der Wagen an einem Prellbock bis zum Stillstand abgebremst wird, geht die gesamte kinetische Energie in Spannenergie der beiden Federn über. An jeder Feder wird 123 kJ Spannarbeit geleistet. Da die Federkonstante bekannt ist, kann man berechnen, um wieviel sich die Feder dadurch zusammendrückt.

Die Federspannarbeit ist



Damit kann der Weg berechnet werden:



Jeder der beiden Federn wird um 35 cm zusammengedrückt.

**d)** Man geht wieder über den Energieansatz an die Aufgebe heran, lässt nun aber konsequent die Reibungsarbeit weg.

Als erstes wird die Geschwindigkeit des Wagens an Ende des Ablaufberges berechnet.



Das ist nur wenig mehr als mit Reibung.

Der Weg bis zum Zusammenstoß braucht jetz nicht mehr berücksichtigt werden, da ja unterwegs keine Energie verloren geht. Der Wagen stößt also mit der eben berechneten Geschwindigkeit auf den zweiten Wagen.



Mit dieser Geschwindigkeit rollen nun beide ungebremst bis zum Prellbock und drückt die Federn ein.



Das ist nun aber deutlich mehr. Die Reibung sollte man sehr wohl berücksichtigen.

**1009.**

a) Die Baustelle zwingt den Zug dazu,

1. von seiner vollen Geschwindigkeit abzubremsen
2. die Baustelle mit der kleinen Geschwindigkeit zu durchfahren
3. auf die volle Geschwindigkeit zu beschleunigen.

Jede dieser drei Phasen dauert länger, als würde der Zug ungebremst die Strecke durchfahren. Die Verspätung ist die Zeit, die er für diese drei Strecken mehr braucht.

Um die Verspätung exakt anzugeben, muss man als erstes Wissen, wie groß die Strecke ist, die der Zug langsamer fahren muss. Als einzige bekannte Strecke ist die Länge der Baustelle mit 640 m gegeben.

zu 1. Wie weit vor der Baustelle muss er anfangen zu bremsen, damit er die Baustelle mit der vorgegebenen Geschwindigkeit durchfährt?

Da die bewegung bleichmäßig beschleunigt ist, gilt



Der zweite Summand ist die Strecke, die der Zug ohne Bremsen fahren würde. Der erste Summand ist durch die negative Beschleunigung negativ und wird von der gleichförmigen Strecke abgezogen. Durch das Bremsen fährt er eben nicht so weit.

Wie lange braucht der Zug aber zum Bremsen? Das lässt sich über die Beschleunigung berechnen. Die ist ja die Geschwindigkeitsänderung je Zeit. Die Geschwindigkeitsänderung ist die Differenz aus der Endgeschwindigkeit und der Anfangsgeschwindigkeit, also



Damit kann die Bremszeit berechnet werden:



Das ist etwas mehr als 2 Minuten.

Damit kann nun der Bremsweg berechnet werden:



Der Zug muss also in einer Entfernung von 2,65 km mit dem Bremsen beginne, damit er an der Baustelle die notwenige Geschwindigkeit erreicht hat.

zu 2. Die Zeit für das Durchfahren der Baustelle berechnet sich mit



da das ja eine gleichförmige Bewegung ist.

Es ergibt sich



zu 3. Wie im ersten Teil muss als erstes die Zeit berechnet werden, die der Zug braucht, um wieder in Schwung zu kommen.



Und damit kann der Weg berechnet werden, den der Zug braucht:



Man sieht übrigends, dass die Zeit und der Weg zum Beschleunigen doppelt so groß sind wie die entsprechenden Werte beim Abbremsen. Das ist auch logisch, denn die Bremsbeschleunigung war ja vom Betrag her doppelt so groß wie die Beschleunigung nach dem bremsen.

Wie groß ist nun die gesuchte Verspätung?

Die gesamte Aktion mit Bremsen, Durchfahren und Beschleunigen dauert:



Wie lange hätte der Zug benötigt, wenn keine Baustelle da gewesen wäre? Die gesamte Strecke, die er langsamer gefahren ist, war



Wie lange hätte der Zug ungebremst für diese Strecke gebraucht?



Damit braucht der Zug durch die Baustelle für diese Srtrecke 230 s länger. Das sind rund 4 Minuten Verspätung.

b)

|  |
| --- |
|  |
|  |

[Diagrammquelle](m1009.xlsx)

c) Durch die Verspätung ist der Zug noch nicht so weit gekommen, wie er eigentlich sein sollte. Wieviel Strecke fehlen ihm?

Die Baustelle war nach den Berechnungen aus a) 8608 m lan. Dafür hat er 489 s gebraucht. Wäre er diese Zeit mit seiner Geschwindigkeit von 120 km/h gefahren, wäre er



gefahren. Damit ist er 7692 m hinter dem Fahrplan hinterher.

Da er mit 10 km/h mehr die Verspätung aufholen will, muss man fragen, wie lang er mit dieser Geschwindigkeit braucht, um die fehlende Strecke zu durchfahren.



Das wäre also etwa eine dreiviertel Stunde.

**1010.**

**a)** Die Beschleunigung gibt an, um welchen Wert sich die Geschwindigkeit in einer Sekunde ändert. Wie aus dem Diagramm zu entnehmen ist, hat das rote Auto nach 10 s eine Geschwindigkeit von 90 km/h erreicht. Damit lässt sich die Beschleunigung berechnen. Vorher muss die Geschwindigkeit in die Grundeinheit m/s umgerechnet werden:



Jetzt die Beschleunigung:



**b)** Aus dem Diagramm ist zu ersehen, dass das blaue Auto mit 60 km/h fährt (Hutfahrer!). Mit der Beschleunigung aus Lösung a) kann die Zeit berechnet werden:



**c)** Es werden die beiden zurückgelegten Wege seit dem Start berechnet. Der gesuchte Vorsprung ist die Differenz beider Wege.

rotes Auto:



blaues Auto:



Der Abstand ist die Differenz aus 112 m und 56 m und demnach 56 m groß.

**d)** Das rote Auto hat das blaue Auto eingeholt, wenn beide den Gleichabstand zur Ampelkreuzung haben. Beide Autos sind dann die gleiche Strecke gefahren:



Der Weg des blauen Autos berechnet sich einfach über die Gleichung für die gleichförmige Bewegung:



t ist die gesuchte Zeit. Sie ist die Zeit vom Überqueren der Kreuzung bis zum Einholen.

Für das rote Auto muss die Berechnung geteilt werden. Zuerst beschleunigt das Auto und fährt dann gleichförmig weiter. Aber die Zeit, die das Auto vom Start bis zum Einholen braucht, ist wieder t.

Der Weg, den das Auto in der Beschleunigungsphase zurücklegt, ist



In der zweiten Phase fährt das Auto gleichförmig. Die Zeit ist die gesuchte Zeit t Minus der Beschleunigungszeit, also den 10 s.



Der Gesamtweg des roten Autos ist dann



Dieser Weg wird dem Weg des blauen Autos gleichgesetzt



In dieser Gleichung ist jetzt nur noch die Zeit t eine unbekannte Größe, nach der umgestellt wird.



Nach 15 s hat das rote Auto das blaue Auto eingeholt.

Zur Kontrolle können für beide Autos mit dieser Zeit die zurückgelegten Wege berechnet werden. Wenn das Ergebnis stimmt, sollten beide Wege gleich groß sein.

blaues Auto



rotes Auto



**1011.**

**a)** Die Beschleunigung gibt an, um welchen Betrag sich die Geschwindigkeit je Sekunde ändert:



In den ersten 5 s ändert sich die Geschwindigkeit von  auf  .

Damit ergibt sich

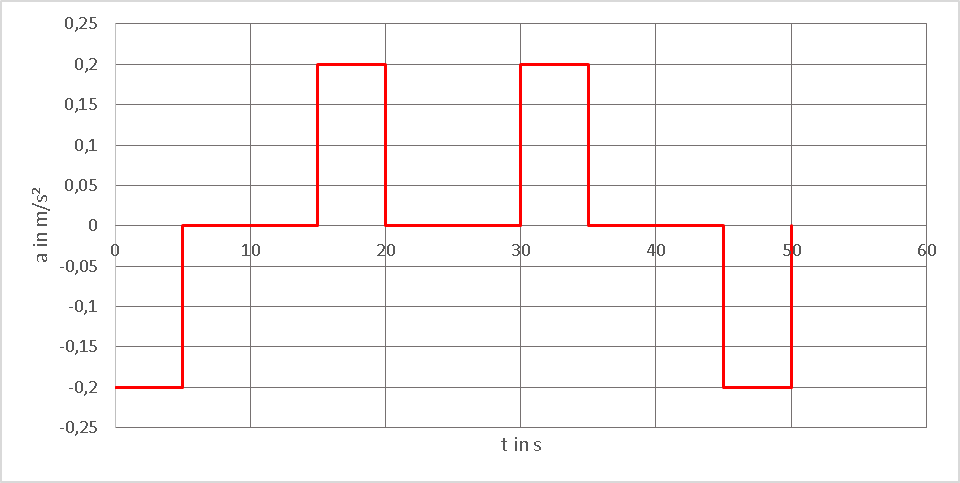


Das negative Vorzeichen bedeutet nicht, dass es eine bremsende Bewegung ist, sondern dass sich der Körper in die negative Richtung vom Nullpunkt aus bewegt. Er fährt praktisch zurück.

Da sich die Geschwindigkeit gleichmäßig ändert, ist die Beschleunigung in diesem Zeitabschnitt konstant, die Kurve also eine Parallele zur x-Achse.

Im nächsten Zeitabschnitt von 5s bis 15 s bleibt die Geschwindigkeit unverändert, die Beschleunigung ist also 0.

Für die weiteren Geschwindigkeitsänderungen berechnet sich die Beschleunigung unter Berücksichtigung der Vorzeichen wie im ersten Zeitabschnitt, so dass das gezeigte a(t)-Diagramm entsteht.



**b)** Der zurückgelegte Weg bei einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung berechnet sich allgemein mit



 ist der bereits zurückgelegte Weg, gemessen vom Nullpunkt des Systems.

 ist der Weg, den der Körper in der gleichförmigen Bewegung zurücklegen würde.

ist der Weg, der auf Grund der Beschleungung dazugezählt werden muss. Ist die Beschleunigung negativ, wird er abgezogen.

Die Wege werden für die einzelnen Abschnitte der Bewegung einzeln berechnet.

1. Abschnitt

Die Bewegung beginnt am Nullpunkt, also ist der Anfangsweg Null. Die Anfangsgeschwindigkeit ist ebenfalls Null, so dass in der Gleichung auch der zweite Summand weggelassen werden kann.

Da sich bei einer beschleunigten Bewegung als Weg-Zeit-Diagramm eine quadratische Funktion ergibt, werden zum Zeichnen der Kurve noch Zwischenwerte berechnet. Für die erste Sekunde sieht das so aus:



|  |  |
| --- | --- |
| t in s | s in m |
| 0 | 0 |
| 1 | -0,1 |
| 2 | -0,4 |
| 3 | -0,9 |
| 4 | -1,6 |
| 5 | -2,5 |

2. Abschnitt

Die Bewegung verläuft jetzt gleichförmig weiter, die Geschwindigkeit bleibt konstant bei -1 m/s. Damit legt der Körper in den folgenden 10 s einen Weg von -10 m zurück und befindet sich dann bei -12,5 m.

3. Abschnitt

Der Körper bremst in den folgenden 5 s auf die gleichmäßig beschleunigt auf die Geschwindigkeit 0 ab. Es werden wieder für jede Sekunde die zurückgelegten Wege berechnet.

Da jetzt sowohl eine Anfangsweg als auch eine Anfangsgeschwindigkeit vorliegen, muss die komplette Gleichung verwendet werden. Das Beispiel ist wieder für die erste Sekunde nach Beginn des Bremsvorganges:



|  |  |
| --- | --- |
| t in s | s in m |
| 0 | -12,5 |
| 1 | -13,4 |
| 2 | -14,1 |
| 3 | -14,6 |
| 4 | -14,9 |
| 5 | -15,0 |

4. Abschnitt

Die Geschwindigkeit ist 0, der Körper bewegt sich nicht weiter. Der Weg bleibt in den folgenden 10 s bei -15 m.

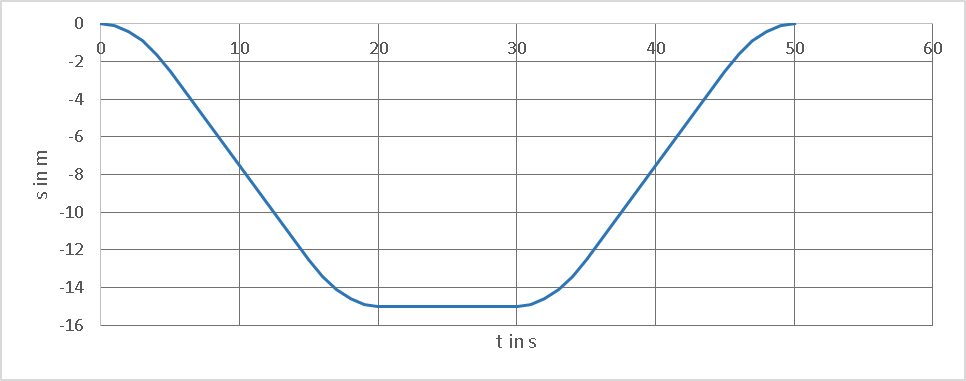
5. Abschnitt

Die Bewegung verläuft nun zum Ausgangspunkt zurück, der Start ist wieder eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung. Für die erste Sekunde nach dem Losfahren sieht die Rechnung so aus:



|  |  |
| --- | --- |
| t in s | s in m |
| 0 | -15,0 |
| 1 | -14,9 |
| 2 | -14,6 |
| 3 | -14,1 |
| 4 | -13,4 |
| 5 | -12,5 |

Die Bewegung verläuft symmetrisch zum Abbremsen! Damit ist der weitere Verlauf klar, er wird symmetrisch zum ersten teil der Bewegung bis zum Stillstand am Nullpunkt gezeichnet.



**1012.**

**a)** Der Körper hat am Startpunkt der Bewegung bereite eine Anfangsgeschwindigkeit. Er bewegt sich in den ersten 2 Sekunden gleichmäßig beschleinigt, wird also immer schneller.

Nach diesen 2 Sekunden bremst der Körper bis zum Stillstand. Das Abbremsen ist ebenfalls eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung.

Zum Zeitpunkt sm steht der Körper und hat die größte Entfernung zur Startposition. Die Bewegung geht dann sofort in eine gleichmäßigte beschleunigte Bewegung zurück zum Startpunkt über.

Nach der Zeit t2 bewegt sich der Körper gleichförmig weiter, die Geschwindigkeit ist also konstant. Er kehrt mit dieser konstanten Geschwindigkeit zum Startpunkt zurück und fährt über diesen hinaus.

Über den weiteren Verbleib des Körpers sagt das Diagramm nichts aus.

**b)** Für den Abschnitt A sind der zurückgelegte Weg, die dafür benötigte Zeit und die Endgeschwindigkeit bekannt.

Über die Anfangsgeschwindigkeit ist nichts bekannt. Leider.

Wenn sich der Körper ohne Beschleunigung bewegen würde, wäre der zurückgelegte Weg



Durch die Beschleunigung kommt noch ein zusätzlicher Weg dazu und man kann schreiben:



Um die Anfangsgeschwindigkeit zu berechnen braucht man die Beschleunigung, die aber nicht bekannt ist. Die Beschleunigung ist aber die Geschwindigkeitsänderung je Zeit, also



Das kann man einsetzen:



In dieser Gleichung ist nur noch die Anfangsgeschwindigkeit als unbekannte Größe vorhanden. ☺



Nun kann man Einsetzen und Ausrechen:



**c)**

Die Beschleunigung ist die Geschwindigkeitsänderung je Zeit. Da durch die Lösung b) die Anfangsgeschwindigkeit bekannt ist, stellt die Lösung kein Problem dar:



**d)** Zum Zeitpunkt tm ist der Körper in Ruhe. Er wird also auf dem Weg von s1 bis zu sm bis zum Stillstand abgebremst. Da die Anfangsgeschwindigkeit mit 2,4 m/s und die Endgeschwindigkeit 0 m/s und der Abbremsweg bekannt sind, lässt sich die Zeit für das Abbremsen berechnen.



Setzt man in die Weggleichung die Beschleunigung ein, erhält man



Da die eine Geschwindigkeit 0 ist, kömmen die Deltas weggelassen werden.

In der letzten Gleichung sind außer der Zeit alle Größen bekannt, so dass diese berechnet werden kann:



Zu dieser Zeit müssen noch die 2 s Zeit für den erten Bewegungsabschnitt addiert werden, so dass man für tm auf 3,5 s kommt.

**e)** Da laut Aufgabenstellung der Bereich B ein Parabelstück ist, liegt eine konstante Beschleunigung vor. Das heißt, die Geschwindigkeitsänderung zu Zeit ist für jedes Stück gleich.

Aus der letzten Teilaufgabe ist bekannt, dass sich die Geschwindigkeit von t1 bis zu tm, also die berechneten 1,5 s, um -2,4 m/s ändert. Damit kann die Beschleunigung berechnet werden:



|  |  |
| --- | --- |
| **f)** Für das v(t)-Diagramm muss man für die einzelnen Abschnitte die Geschwindigkeiten oder die Geschwindigkeitsänderungen wissen.  **A** Die Bewegung beginnt mit  und endet mit  **B** Bis zur Zeit tm verringert sich die Geschwindigkeit auf . Da die Beschleunigung konstant ist, kann man die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t2 berechnen:    Zum Zeitpunkt t2 hat der Körper also eine Geschwindigkeit von .  **C** In diesem Abschnitt ändert sich die Geschwindigkeit nicht mehr und bleibt bei . |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **g)**  Der Weg 3ntspricht in einem v(t)-Diagramm der Fläche unter der Kurve.  Wenn man die Kästchen auszählt, kommt man unfegähr auf die in der Aufgabenstellung gegebenen 5,2 m. |  |

**h)** Es muss die Strecke berechnet werden, die in der Zeit zwischen tm und t2 zurückgelegt wird. Bis zum Zeitpunkt tm sind es ja laut Aufgabenstellung 5,2 m.

Die Zeit tm wurde schon in der Lösung d) berechnet: . Damit ergibt sich eine Zeit von 2 s zwischen tm und t2.

Die Strecke berechnet sich mit



Die Beschleunigung wurde in e) mit  berechnet.

Damit erhält man den Weg:



Der Körper bewegt sich also in der Zeitspanne um 3,2 m zum Nullpunkt zurück und befindet sich 2 m von diesem entfernt. Damit hat er insgesamt 8,4 m zurückgelegt.

**i)** Wie lange braucht der Körper mit der Endgeschwindigkeit von  für die verbleibenden 2 m bis zum Ausgangspunkt?



Damit ist er zum Zeitunkt 6,125 s wieder am Startpunkt.

**1013.**

**a)** Das System ist in Ruhe. Das heißt, dass die Summe aller äußeren Kräfte gleich Null ist.

Als Kräfte wirken die Gewichtskraft von Körper 2 und die Hangabtriebskraft von Körper 1.

Die Gewichtkraft ist



und die Hangabtriebskraft



Wenn die beiden Kräfte in der Summe Null erheben, müssen die Beträge gleich groß sein.



Setzt man die gegeben 45° ein, erhält man



Der Körper 1 muss also 1,41 mal so schwer sein wie Körper 2.

**b)**

Die Beschleunigung ist nach dem Netonschen Grundgesetz:



F ist die Kraft, mit der das System beschleunigt wird und m ist die gesamte Masse, die beschleunigt wir.

Die Masse ist demnach 2 mal die 75 g, also 150 g.

Die beschleunigende Kraft ist die Differenz aus den beiden Kräften, die auf den Wagen wirken. Die beiden Kräfte sind die Hangabtriebskraft in die Richtung nach unten und die Gewichtskraft von Körper 2 nach oben. Da sie in entgegengesetzte Richtungen ziehen, muss die Differenz beider Kräfte gebildet werden.

Da die Gewichtskraft von Körper 2 größer ist als die Hangabtriebskraft, bewegt sich der Körper nach oben.



Da die beiden Massen gleich groß sind, kann man sie ausklammern:



Damit lässt sich die Beschleunigung berechnen:



**c)** Die gesuchte Höhe erhält man aus einer Energiebetrachtung für den Körper 1.

Während der Beschleunigung, also vom Loslassen bis zum Aufsetzen von Körper 2, wird Körper 1 beschleunigt. Damit wird an ihm Bescheunigungsarbeit verrrichtet und er erhält kinetische Energie. Nach dem Aufsetzten von Körper 2 hat der Körper 1 seine maximale kinetische Energie. Auf Grund seiner Trägheit bewegt er sich noch weiter nach oben und wandelt die kinetische Energie komplett in potentielle Energie um.

Man muss also zuerst bestimmen, wie weit Körper 1 gehoben wird, wenn er seine kinetische Energie in potentielle Energie umwandelt.



Die Masse kürzt sich wie so oft raus:



Die Gleichung wird nach h umgestellt und die Höhe berechnet. Die Geschwindigkeit ist die in der Aufgabe gegebene Aufsetzgeschwindigkeit, die ja bei beiden Körpern gleich ist.



Das ist die Höhe, aber noch nicht der Weg, um den der Körper nach oben rutscht. Da der Weg geneigt ist, gilt



Damit legt der Körper insgesamt 0,12 m, also 12 cm nach dem Aufsetzten von Körper 1 noch zurück.

**1014.**

**a)** Die Geschwindigkeit setzt sich aus dem Anteil in x-Richtung und dem Anteil in y-Richtung verkoriell zusammen.

Während der gesamten Bewegung bleibt der Anteil der Geschwindigkeit in x-Richtung konstant.

Im Punkt B ist der Anteil der Geschwindigkeit in y-Richtung 0, da der Körper genau im Umkehrpunkt seiner Bahn ist. Desahlb ist die Geschwindigkeit und damit auch die kinetische Energie am kleinsten.

Der Betrag der Geschwindigkeit in y-Richtung hängt von der Höhe ab. Je höher der Körper ist, um so kleiner ist der Geschwindigkeitsanteil in y-Richtung.

Damit ist die kinetische Energie im Punkt D am größten. Es ergibt sich folgende Reihenfolge:

Ekin,D > Ekin,A > Ekin,C > Ekin,B

**b)** Die Bewegung in x-Richtung ist gleichförmig, es gilt also



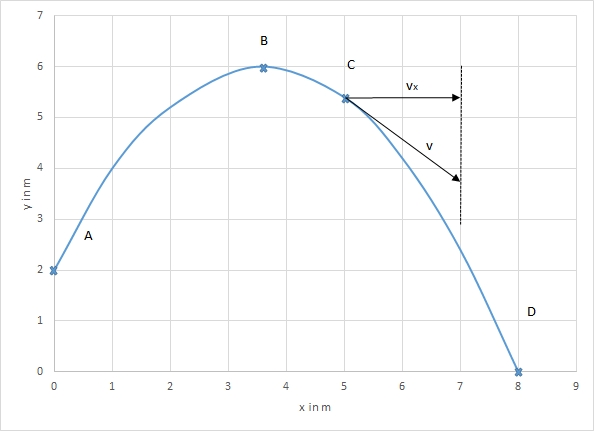
Der Körper benötigt für die 8 m genau 2 s, so dass seine Geschwindigkeit in x-Richtung



Beträgt.

**c)** Die Geschwindigkeit setzt sich immer aus dem Anteil in x-Richtung und dem Anteil in y-Richtung zusammen. Im Punkt B hat der Körper den höchsten Punkt seiner Bahn erreicht und die Geschwindigkeit in y-Richtung ist 0. Deshalb ist die Gesamtgeschwindigkeit genau so groß wie die Geschwindigkeit in x-Richtung.

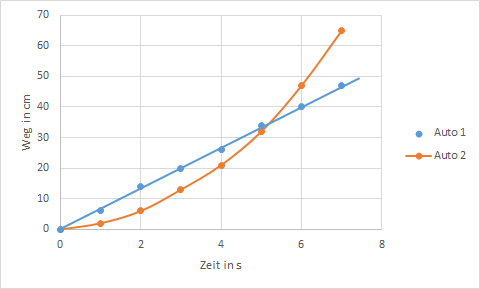
**d)**



Am Punkt C wird in einem entsprechenden Maßstab der Vektorpfeil eingezeichnet. Der Vertorpfeil für die Bahngeschwindigkeit wird dann tangential an C angetragen. Man erhält eine Geschwindigkeit von etwa 5 m/s.

**1015.**

**a)**



Die Punkte werden nicht verbunden! Für Auto 1 ist eine direkte Proportionalität erkennbar. Deshalb wird die Ausgleichsgerade gezeichnet, die im Nullpunkt beginnt und dann einen Mittelweg durch die Punkte führt.

**b)** Das Auto 1 bewegt sich gleichförmig, die Kurve im s(t)-Diagramm ist eine Gerade.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t in s | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| s1 in cm | 0 | 6 | 14 | 20 | 26 | 34 | 40 | 47 |
| v1 in cm/s |  | 6 | 7 | 6,7 | 6,5 | 6,8 | 6,7 | 6,7 |

Durchschnitt der Geschwindigkeiten: 6,6 cm/s

Im Diagramm zeichnet man ein Anstiegsdreieck ein und bestimmt den Anstieg der Kurve. Man erhält natürlich das gleiche Ergebnis.

**c)** Das Weg-Zeit-Gesetz der gleichmäßig beschleunigten Bewegung lautet:

 Daraus leitet sich die Gleichung



ab.

Dabei ist t die seit dem Start vergangene Zeit und s der dabei zurückgelegte Weg. a ist die gesuchte Beschleunigung

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t in s | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| s2 in cm | 0 | 2 | 6 | 13 | 21 | 32 | 47 | 65 |
| a in cm/s² |  | 4 | 3 | 2,9 | 2,6 | 2,6 | 2,6 | 2,7 |

Man sieht, dass nach etwa 3 s eine konstante Beschleunigung vorliegt..

**d)** Den gleichen Weg kann man im Diagramm am Schnittpunkt der beiden Kurven ablesen. Nach etwa 5,3 s sind die beiden Autos etwa 36 cm vom Startpunkt entfernt.

Die gleich Geschwindigkeit erkennt man am gleichen Anstieg der beiden Kurven. Das ist nach ungefähr 2 s der Fall. Vorher ist das Auto 2 langsamer, danach schneller als Auto 1.

**1016.** Der Sprung vom 10-m-Turm kann nur dann gefährlich werden, wenn man mit Anlauf springt. Dadurch wird der Sprung zu einem waagerechten Wurf und man kann im schlimmsten Fall bis zum Beckenrand springen.

Mit welcher Geschwindigkeit muss man nun für diesen Ernstfall von der Plattform springen, also wie groß muss die Anfangsgeschwindigkeit mindestens sein?

Für den waagerechten Wurf gilt:



Die Gleichung wird erst mal nach der gesuchten Anfangsgeschwindigkeit umgestellt:



y ist die Höhe des Turmes. Da die Bewegung nach unten geht, wird der Wert negativ eingetragen. Damit entfällt in der Berechnung das Minus unter der Wurzel.

X ist die Wurf- oder hier die Sprungweite. Das Becken ist 18 m lang. Davon werden noch die 3 m abgezogen, die die Plattform über den Beckenrand ragt.

Damit kann nun die Geschwindigkeit berechnet werden:



Der Springer müsste also mit  vom Turm springen, um gerade so den gegenüberliegenden Rand zu erreichen. Wie wahrscheinlich ist das, dass ein Springer das schafft?

Der Weltrekord für den 100-m-Lauf liegt seit 2009 bei 9,58 s. Das entspricht einer Geschwindigkeit von  . Vom Turm müsste man noch etwas schneller sein. Durch eine wissenschaftliche Argumentation können die Bedenken hoffentlich zerstreut werden.

**Nun zum Einwand des Physikers**. Die einfachste Möglichkeit, das zu untersuchen, ist die Berechnung einer Sprungweite bei einem Winkel, der größer als 0° ist.

Die Wurfparabel lautet:



Als Startgeschwindigkeit v0 verwendet man die oben berechneten 10,5 m/s, y ist die Turmhöhe mit 10 m und als Absprungwinkel wählt man z.B. 10°.

Die Weite des Sprunges ist x.

Nun gibt es verschiede Möglichkeiten, die Sprungweite anzugeben. Sie lässt sich z.B. mit einem Solver (GTR) bestimmen.

Da erhält man für die oben angegeben Größen eine Sprungweite von 16,8 m! Der Physiker hat Recht!

Nun wäre die nächste Frage, bei welchem Sprungwinkel nach oben die Sprungweite am größten ist. Dann kann man für diesen Winkel die maximale Absprunggeschwindigkeit berechnen und entscheiden, ob der Sprungturm wieder abgerissen werden muss.

Für die Berechnung des Winkels für die größte Sprungweite gibt es verschiedene Möglichkeiten der Simulation. Hier soll die Variante mit einer Tabellenkalkulation (Excel) beschrieben werden. Die Kalkulationen von OpenOffice oder LibreOffice bieten es ebenfalls an.

Zuerst braucht man eine Formel, mit der die Wurfweite berechnet wird. Dazu muss die Wurfparabel nach der Wurfweite x umgestellt werden. Das geht aber so einfach nicht, da die gewünschte Größe sowohl linear als auch quadratisch vorkommt. Das wird die Lösung einer quadratischen Gleichung. Die Wurfparabel wird als zuerst in die Normalform überführt:



Um die Normalform zu erhalten, muss jeder Summand mit



multipliziert werden. Zur Vermeidung von Schreibarbeit und der leichteren Eingabe in Excel wählt man ein Hilfsvariable h. (Max Planck lässt grüßen)

Die Normalform sieht nun so aus:



Die Lösung dieser quadratischen Funktion sieht dann so aus:



|  |  |
| --- | --- |
| In der Excel-Tabelle sehen die Werte und Formeln dann so wie in der Abbildung aus.  Der Winkel muss in Bogenmaß umgerechnet werden.  Um die Eingabe noch übersichtlicher zu gestalten, wird in Zelle B(8) ein weiterer Zwischenwert berechnet. |  |
| Die berechneten Werte sehen dann wie in der Abbildung aus. Bei einem Winkel von 0° (waagerechter Wurf) erhält man, wie erwartet, die 15,0 m. |  |
| Aber schon ein Absprungwinkel von 10° liefert eine größere Wurfweite. |  |
| Bei welchen Winkel ist nun der x-Wert maximal?  Da hilft die Zielwertsuche weiter: Daten, Solver…  Als Ziel trägt man die Zelle mit der x-Berechnung ein und die Zelle mit alpha in das Feld, das geändert werden soll. |  |
| Als Ergebnis erhält man 31°. Damit würde man 18,7 m weit fliegen und außerhalb des Beckens aufschlagen.  Fazit: der Turm darf nicht benutzt werden. |  |

Da kommt ein anderer Physiker des Weges und meint, dass man auf den 5 m des Sprungbrettes nie auf die Geschwindigkeit von 10,5 m/s kommen kann. Das gibt ja wieder Hoffnung, dass der Turm doch noch benutzt werden kann.

|  |  |
| --- | --- |
| Wie groß kann den die Beschleunigung eines Menschen beim Start zu einem Sprint sein? Wenn man einen Wert von 2 m/s² annimmt, kommt man auf den 5 m Weg auf eine Endgeschwindigkeit von 4,5 m/s. Gibt man noch etwas drauf, kommt man auf 5 m/s.  Was sagt die Zielwertsuche dazu?  Die maximale Sprungweite wird jetzt bei 18,6° erreicht und beträgt nur noch 7,6 m. Das ist ungefährlich und der Turm darf nun doch benutzt werden.  [Excel-Tabelle](m1016.xlsx) |  |

**1017.**

**a)** Die Beschleunigung gibt an, um welchen Wert sich die Geschwindigkeit in einer Sekunde ändert, also



Auto a)



Auto b)



Auto c)



Auto d)



**b)** Von 0 auf 100 km/h bedeutet in der besseren Einheit:

von 0 aus 27,8 m/s.

Damit kann die Zeit berechnet werden:

Auto c)



Auto d)



c) Die Bremswege berechnen sich mit



Da alles gegeben ist, stellt das kein Problem dar:

Auto a)



Auto b)



**d)** Sowohl die Beschleunigung beim Anfahren als auf beim Bremsen ist auf eine Kraft zurückzuführen. Allgemein gilt das Newtonsche Grundgesetz:



Das Auto a) hat eine größere Bremsbeschleunigung als Auto b). Das kann daran liegen, dass

* die Bremsen eine größere Kraft aufbringen
* das Auto leichter ist

Das Auto c) hat beim Anfahren eine größere Beschleunigung als Auto d) Das kann daran liegen, dass

* der Motor eine stärkere Kraft aufbringt
* das Auto leichter ist

**1018.**

|  |  |
| --- | --- |
| **a)** Das s(t)-Diagramm stellt die Bewegung eines Körpers von einem Startpunkt zurück zum Nullpunkt dar. Da die Kurve eine Gerade ist, erfolgt die Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit.  Zwischen den beiden Zeiten t1 und t2 bewegt sich der Körper gar nicht, seine Entfernung zum Nullpunkt bleibt gleich. Das heißt, die Geschwindigkeit des Körpers ist in diesem Zeitbereich gleich Null.  Im ersten Teil hat die Geschwindigkeit einen negativen Wert. Warum ist das so?  Die Geschwindigkeit ist die Änderung des Abstandes zum Nullpunkt durch die dazu benötigte Zeit:    Die Abstandsänderung berechnet sich aus dem Abstand nach der Bewegung minus dem Abstand vor der Bewegung:    und die Zeitänderung aus    Da sich der Körper zum Nullpunkt hin bewegt, wird sein Abstand immer kleiner. s2 ist also kleiner als s1. Damit wird für diesen Fall aber auch die Differenz der beiden Werte negativ.  Die Zeitdifferenz kann nicht negativ werden, da die Zeit immer vorwärts geht. |  |

Die Beschleunigung ist die Geschwindigkeitsänderung in einer bestimmten Zeit, also



Die Geschwindigkeit geht von einem negativen Wert auf null zurück. Damit ist die Differenz positiv! (z.B. 0-(-3) = 3)

Da der Geschwindigkeitswechsel sehr schnell erfolgt, hat die a(t)-Kurve auch nur einen sehr kurzen Ausschlag.

|  |  |
| --- | --- |
| **b)** Das v(t)-Diagramm zeigt die Entwicklung der Geschwindigkeit eines Körpers: zu Beginn ist die Geschwindigkeit am größten und wird bis zum Zeitpunkt t1 gleichmäßig kleiner. Der Körper bremst.  Danach bleibt die Geschwindigkeit bis zum Zeitpunkt t2 konstant, der Körper wird weder schneller noch langsamer.  Eine Bewegung, bei der sich die Geschwindigkeit gleichmäßig ändert, heißt gleichmäßig beschleunigt, auch wenn der Körper langsamer wird.  Bei einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung wird der zurückgelegte Weg je Zeit immer größer (schneller) oder immer kleiner (langsamer). Da der Körper in diesem Beispiel immer langsamer wird, wird der zurückgelegte Weg immer kleiner. Der Anstieg der s(t)-Kurve nimmt mit der Zeit ab,  Im zweiten Abschnitt ist die Geschwindigkeit konstant und der Weg nimmt in gleichen Zeitabschnitten immer um den gleichen Wert zu: der Anstieg ist bleibt gleich; die Kurve ist eine Gerade.  Die Beschleunigung ist    Da die Geschwindigkeit im ersten Abschnitt immer kleiner wird, ist die Beschleunigung negativ. Im zweiten Abschnitt ändert sich die Geschwindigkeit nicht mehr und damit ist die Beschleunigung Null. |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **c)** Wenn eine positive Beschleunigung vorhanden ist, kann die Geschwindigkeit immer größer werden. Zu Beginn ist die Geschwindigkeitsänderung am Größten, was am großen Anstieg der v(t)-Kurve zu sehen ist.  Da die Beschleunigung im ersten Abschnitt immer kleiner wird, ändert sich die Geschwindigkeit auch nicht mehr so stark: der Anstieg wird flacher.  Im zweiten Abschnitt ist die Beschleunigung konstant. Da heißt, die Geschwindigkeit ändert sich gleichmäßig, sie wird stetig größer. Die v(t)-Kurve verläuft als Gerade. |  |

**1019.**

**a)** Als erstes fragt man, wie weit denn das Auto mit der ersten Geschwindigkeit gekommen ist. Da die Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit erfolgt, gilt



Die Einheiten werden in Grundeinheiten umgerechnet:



Damit kann der zurückgelegte erste Weg berechnet werden:



Das Auto fährt also im ersten Teil 21 km. Damit kennt man aber auch den Weg für die zweite Strecke, die ja genau so groß ist.

Für die zweite Strecke ist auch die Fahrzeit bekannt, die noch schnell in Sekunden umgewandelt wird:



Mit dieser Zeit kann die Geschwindigkeit berechnet werden:



**b)** Die Durchschnittsgeschwindigkeit ist immer die gesamte gefahrene Strecke durch die gesamte, dazu benötigte Zeit.

Die Strecke ist 42 km lang. Die Zeit setzt sich aus der ersten Zeit von 840 s und der zweiten Zeit von 650 s zusammen. Insgesamt sind das 1490 s.

Die Durchschnittsgeschwindigkeit ist dann



**1020.**

Man überprüft erst mal schnell, ob die Angabe der Bremsbeschleunigung stimmt.

Die Beschleunigung ist als Geschwindigkeitsänderung je Zeit definiert. Die Geschwindigkeit ändert sich in den 25 s um



Damit kann die Beschleunigung berechnet werden:



Stimmt.

Wie lange braucht das Flugzeug, um bis zum Stillstand abzubremsen? die Geschwindigkeitsänderung ist jetzt



Damit lässt sich die Abbremszeit berechnen.



Die Beschleunigung ist aber negativ, so dass hier eine negative Zeit berechnet wird. Das ist aber Unsinn.

Man kann in diesem Fall die Beschleunigung positiv einsetzen. Es ist egal, ob man mit einer bestimmten negativen Beschleunigung von einer Geschwindigkeit auf 0 abbremst oder von 0 auf die Geschwindigkeit mit der gleichen, positiven Beschleunigung beschleunigt. Die Zeit ist die gleiche.



Das ist die komplette Bremszeit.

Und damit kann man nun den Weg berechnen. Auch hier nimmt man wieder den positiven Beschleunigungswert verwenden.



Damit sollte die Landebahn wenigstens 1050 m lang sein.

**1021.**

**a)** Gemeinsamkeiten:

* beginnen und enden bei der Geschwindigkeit 0
* in den ersten 5 Sekunden machen sie eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung
* von der 5. bis zur 15. Sekunde bewegen sie sich gleichförmig
* in den letzten 5 Sekunden bremsen sie gleichmäßig bis zum Stillstand ab

Unterschiede

* Die Beschleunigung bei Körper A ist kleiner als bei Körper B
* Körper A bewegt sich mit einer kleineren Geschwindigkeit gleichförmig weiter
* Die Bremsbeschleunigung bei Körper A ist kleiner
* Körper A legt in der gleichen Zeit einen kleineren Weg zurück.

**b)** Körper C startet ebenfalls aus dem Stand und hält nach 20 s wieder an.

In den ersten 5 Sekunden erhöht der Körper seine Geschwindigkeit, die Beschleunigung wird aber immer kleiner (Anstieg der v(t)-Kurve wird kleiner). Das heißt, die Geschwindigkeitsänderung je Zeit wird immer kleiner.

Nach 5 Sekunden geht die Bewegung in eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung über, die Geschwindigkeit ändert sich jetzt in gleichen Zeiten um den gleichen Wert. Er wird also immer noch schneller.

Nach etwa 17 s geht die Bewegung schlagartig in eine gleichmäßig abbremsende Bewegung über (negative Beschleunigung) und endet im Stillstand.

**c)** Der zurückgelegte Weg entspricht dem Flächeninhalt unter der v(t)-Kurve. Damit ist schön zu sehen, dass Körper C den größten und Körper A den kleinsten Weg zurücklegen.